

第14講 スタック機械とテープ機械

林 恒俊

FSA の限界

- 正規言語に関するポンピング定理によると FSA は $a^n b^n$ 型の言語を判別することができない。しかし言語が有限すなわち記号列の長さが有限なら FSA で判別可能である。最大長の記号列を処理できるだけの状態を持てばすむからである。
- 記号列の長さに限界がない場合でも判別可能とするためには機械の記憶能力を強化してどのような記号列についても対処できるようにすればよい。
- 記憶能力を強化するために一時記憶用のテープ装置を機械に追加することが考えられる。

外部記憶装置の追加

- 追加したテープの利用方法により
 - スタック機械あるいはプッシュダウン機械 (PDA)
 - テープ機械あるいはチューリング機械 (TM)の2種類の機械が考えられている。
- 両方の機械も基本構造はほとんど同じで
 - 有限状態制御部
 - 入力テープ
 - 作業テープから構成される。

- しかしプッシュダウン機械には作業テープの使い方に厳しい制限が課される。一方チューリング機械にはこの制限がない。そしてこの制限が判定可能な言語クラスを異なるものになっている。
- プッシュダウン機械では作業テープは**スタック (pushdown stack)**として使われる。すなわち
 - テープの片方の端からのみ読書きが可能であり
 - 最後に書込まれたデータは常に参照可能である
 - 最後に書込まれたデータから消去される
 - データが消去されると直前に書込まれたデータが再現するデータの読出しは書込みと逆順になっている (last in, first out)。
- チューリング機械ではテープの使い方には制限がない。テープの有効範囲上なら
 - 任意の場所に読書きが可能で
 - また任意の位置に位置づけることができ
 - さらに記号を書込んで有効範囲をいくらでも拡張することが可能である。

決定性と非決定性

- FSA と同様にこれらの機械には決定的動作をする機械と非決定的動作をする機械が考えられる。各機械はそれぞれ
 - **決定的プッシュダウン機械 (deterministic pushdown automaton, DPDA)**
 - **非決定的プッシュダウン機械 (nondeterministic pushdown automaton, NPDA)**

そして

- 決定的チューリング機械 (deterministic Turing machine, DTM)
- 非決定的チューリング機械 (nondeterministic Turing machine, NTM)

と呼ばれる。

- 以上を表に纏めると

種類	(別名)	決定的	非決定的
スタック機械	(プッシュダウン機械)	DPDA	NPDA
テープ機械	(チューリング機械)	DTM	NTM

定義 (再掲)

- これらの機械は FSA と同様に形式的に 5 つ組として定義される。決定的機械の定義は $(Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ であり、非決定的機械の定義は $(Q, \Sigma, \Delta, q_0, F)$ である。
 - Q は空でない有限な状態の集合である。
 - Σ はアルファベットでありテープ上には $\Sigma_T = \Sigma \cup \{ \langle, \rangle \}$ が記入される。
 - δ あるいは Δ は状態遷移関数または状態遷移関係で表として表現されることもある。
 - $q_0 \in Q$ は特定の状態で初期状態を代表する。
 - $F \subseteq Q$ は終了状態集合で記号列の受理判定に必要である。

δ および Δ の内容は PDA と TM で異なっている。

- FSA では入力テープの終端は暗黙に検知していた。これらの機械では関数の引数にテープ記号を使ってテープの終端を明示的に検知することが可能である。