

地震の発生確率（I）

2012 年 4 月 24 日

産総研 梅田康弘

1. はじめに

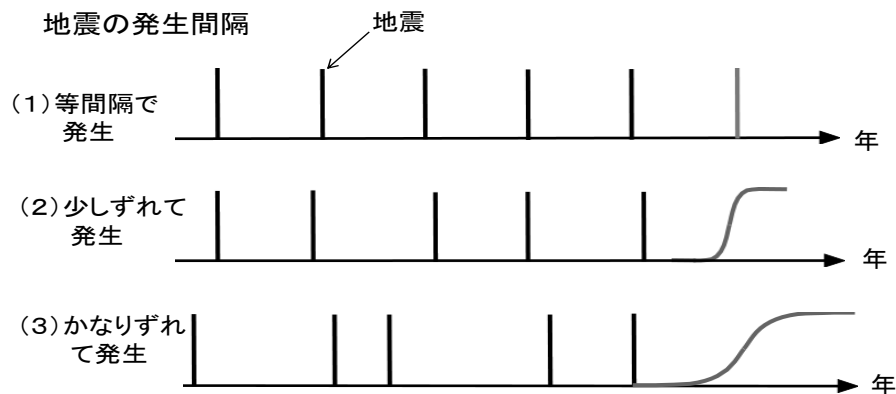
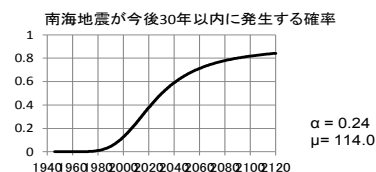
地震発生確率の求め方にはいくつかの方法があるが、大きく分類すると以下のふたつがあげられる。ひとつは文部科学省の地震調査研究推進本部が行っている方法で「ある断層で、ほぼ同じ大きさの地震が、繰り返し起こっている」場合を想定したやり方、もう一つは「地震はランダムに起こっている」という仮定のもとに発生確率を求めるもので、最近東大地震研究所が採用して話題になった。今回の発生確率（I）では前者について述べ、後者については次の回にする。

2. 発生確率の基本的概念.

図1の右上は南海地震について地震調査研究推進本部（以下、推本と略）の地震調査委員会が主に採用している発生確率を示すグラフである。今回はこのグラフを描くプロセスを述べる。確率グラフの基本概念を説明するため、地震発生間隔が異なる3つの場合を図1に模式的に描いた。横軸は経過年で、縦棒の年に地震が起こった事を示している。（1）の場合ように発生間隔が全く等しく、例えば100年間隔で起こっていれば、次に起こる地震（図の1番右の縦棒）は、最後に起こった地震からきっちり100年後に起こる。それま

図1

地震の発生確率の
概念を示す模式図

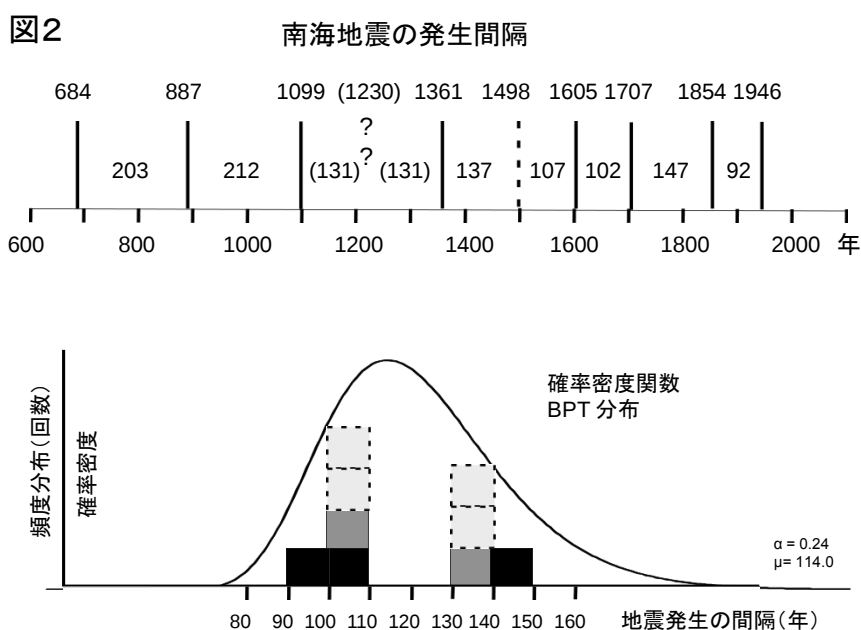


で起こる確率はゼロである。(2)のように発生間隔が少しずれている場合は、次の地震が起る確率は右端の曲線のように100年を中心に前後に伸びる。つまり90年の間隔でも起こった場合もあるのだから、100年以前から地震発生の可能性があるというわけだ。(3)のようにばらつきが大きくなると(2)で示した発生確率を示す曲線がさらに前後に伸びる。こういう状況を描いたのが図1の右上の地震発生確率を示す曲線である。

3. 地震発生間隔

地震発生確率は地震の発生間隔のばらつき具合に依ることがわかった。南海地震について、発生年がどのようにばらついているかを図2の上に示した。このばらつきの分布を描いたのが図2の下であり、横軸は地震発生の間隔を年で表している。縦軸は、その期間に起こった地震の回数であり、発生間隔に対する頻度分布図になっている。

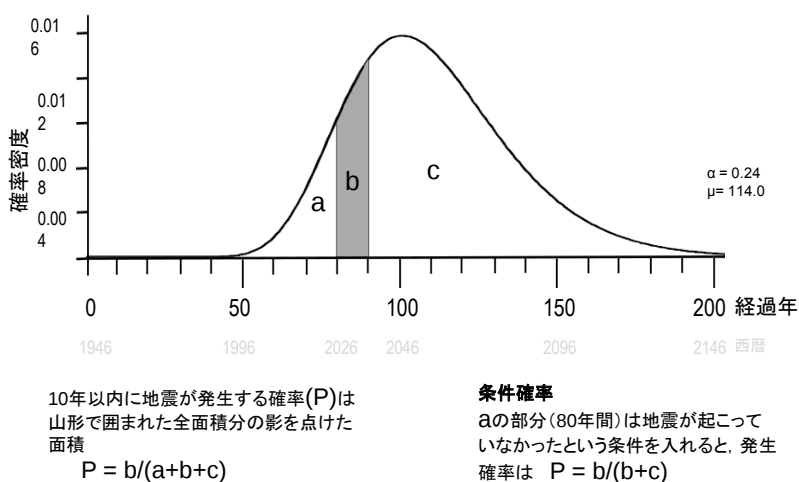
地震の発生年がはっきりわかっているのは西暦1605年の慶長地震以降4回あり、それぞれの発生間隔は102年、147年、92年である。これらを頻度分布図に黒四角でプロットした。残念ながら、この3回だけでは頻度分布とは言い難い。そこで寒川さんの資料を基に1493年にも南海地震が起こったとして、発生間隔137年と107年の2回を灰色の四角で加えた。それでも数が少ないので梅田の独断で200年ほどの間隔の場合はその真ん中あたりに地震があったとして、点線で囲った灰色の地震4個を積みあげた(これは実際のものではなく頻度分布図の説明のためである)。これでもまだまだ数は足りないが、数千年、数万年とさかのぼれば地震の数が増え、120年付近の隙間も埋める事ができ、やがてその分布は図に示したような山形の曲線で近似できるだろうと考える。



山形を近似する曲線はいくつかの候補があるが、地震調査委員会では「BPT 分布」という分布関数を採用している。BPT 分布の意味や採用理由については次回に詳しく述べるが、地震発生間隔の事例をたくさん集めるとこのような曲線で近似でき、これを「確率密度関数」と言う。ある関数で近似した場合の縦軸は「頻度分布」の名を改め「確率密度」と表現する。

図3

10年以内に地震の発生する確率を求める



4. 地震発生確率を求める

次に確率密度関数を使って地震発生確率を求める。図3の上に確率密度関数を改めて描いた、曲線は図2と同じである。ここでは、ある時から10年以内に南海地震が発生する確率を求める。図3では経過年数80年から90年の間に影をつけてある。この間に地震が起こる確率は、全体（山形と横軸で囲まれた面積）分の影の面積である。他に例を示せば、くじ引きで100本のうち10本が当たりくじだったとすると、当たる確率は全体（100本）分の当たりくじ（10本）、つまり1/10、または10%、というのと同じである。要するに全体分の該当数（または該当面積）が確率である。図中のa,b,cはそれぞれの部分の面積を示しており、確率（P）を式で示すと $P = b/(a+b+c)$ となる。

5. 条件確率

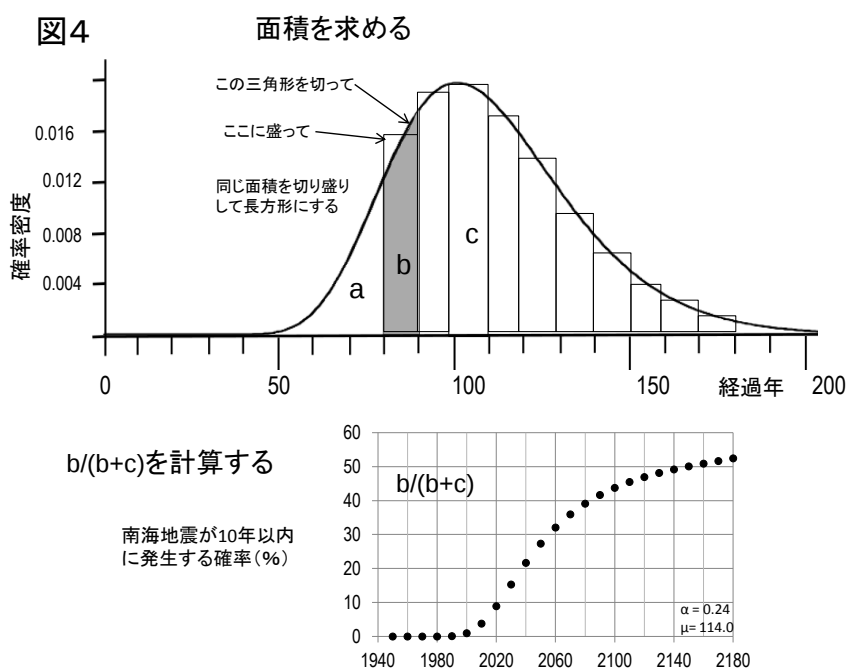
前項で述べた確率は、例えばくじ引きを一斉に引く場合に相当する。もし、くじ引きを1人ずつ順番に引く場合はどうなるかを考えてみよう。最初の人がかくじを引く時に、当たりくじを引く確率は10/100である。しかし最初の人当たらなかったとすると、次の人が当たりくじを引く確率は、一本当たらないくじが少なくなっているので、10/99である。もし2番目の人も当たらなかったら、3番目の人が当たりくじをひく確率は10/98となる。

このように順番にくじを引く場合は「当たらなかった」という条件を次々に勘定に入れていかなければいけない。こういう確率を「条件確率」という。地震の場合はまさにこれに相当し、図3では経過年数が80年までは地震が起こらなかったなので、その分（aの面積）は除外する必要がある。つまり条件確率（P）は前項の場合と違って $P = b/(b+c)$ である。

6. 面積の計算

以上で確率を求める基本概念はわかった。次に面積を求めよう。曲線で囲まれた面積を求めるには図4のように曲線を短冊状に切って、長方形の集りにする。そのうえ、それぞれの長方形からはみ出した小さな三角形を切り取って、同じ面積分を足らない部分に加える、いわゆる“切り盛り”をする。こうすれば曲線も短冊形で近似でき、曲線で囲まれた部分の面積は、各長方形の面積の足し算となる。図4では長方形の横を10年間隔で切っているが、もっと細かく、例えば1年間隔にすれば近似の精度はあがる。いずれにせよ細かく「分けて」「積算する」ので、こういう方法を積分と言うそう。

図4で $b/(b+c)$ を計算すると、経過年数が80年から90年の間に地震の発生する確率が求まる。影を付けた部分をひとつ（10年）右にずらして、同じく $b/(b+c)$ を計算すると、経過年数が90年から100年の間に地震の発生する確率が求められる。この操作を繰り返し、求めた確率値をグラフ上にプロットすると、図4の下の方の確率曲線の図が得られる。10年間隔なのでやや荒っぽいですが、2020年のところを見れば、同年から10年以内に南海地震が発生する確率は10%弱であることがわかる。意外と低い発生確率に驚くかも知れないが、そのことについては次回に述べる。



6. エクセルを使つての計算

前節では説明のため10年間隔で計算したが、これでは荒い。南海地震のように100年程度の間隔だと少なくとも1年間毎の発生確率は知りたい。以下ではEXCELを使って確率計算を行う。なまずの会のメンバーは、エクセルをある程度使っておられる事を前提に、ここでは1例として南海地震の10年確率を求める方法を説明する。

図5の上のエクセルシートで、1, 2行はメモ書き, 3行は各列の意味, 4行は入力パラメタなどである。ここまでは自分自身の覚書で、計算に使うことはない。5行A列(以下, 5Aと記す)に南海地震の発生年である1946年を、次の行(6A)に1947を入力する。B列の経過年数は5Bに0年, 6Bに1年を入力する。この4つのセルに入力したら、4つのセルの右下の+印にポイントし、左クリックしてそのまま表の下の方にドラッグすれば、以下のセルには自動的に年数が入る。

図5

	A	B	C	D	E	F
1	南海地震(BPT, 10年)			10年確率	$\alpha=0.24$	$\mu=114.0$
2	BPT分布: $f(t, \mu, \alpha) = \{\mu / (2\pi \alpha^2 t^3)\}^{1/2} \exp\{-(t-\mu)^2 / (2\mu \alpha^2 t)\}$					
3	西暦年	経過年数	確率密度 BPT	bの面積(10年)	b+cの面積	条件付き確率(P)
4		t	f(t)	SUM(Ci:C(i+10))	SUM(Ci:C(i+300))	Di/Ei
5	1946	0				
6	1947	1				
7						
8						
9						

	A	B	C	D	E	F
1	南海地震(BPT, 10年)			10年確率	$\alpha=0.24$	$\mu=114.0$
2	BPT分布: $f(t, \mu, \alpha) = \{\mu / (2\pi \alpha^2 t^3)\}^{1/2} \exp\{-(t-\mu)^2 / (2\mu \alpha^2 t)\}$					
3	西暦年	経過年数	確率密度 BPT	bの面積(10年)	b+cの面積	条件付き確率(P)
4		t	f(t)	SUM(Ci:C(i+10))	SUM(Ci:C(i+300))	Di/Ei
5	1946	0	0	9.57972E-37	1.000246426	9.57736E-37
6	1947	1	0	6.21237E-33	1.000246915	6.21084E-33
7	1948	2	2.4329E-207	9.11112E-30	1.000246915	9.10888E-30
8	1949	3	5.2161E-136	4.26512E-27	1.000246915	4.26407E-27
9	1950	4	2.0468E-100	8.15288E-25	1.000246915	8.15087E-25

C列に入力すべき、BPT分布の確率密度関数(f)は、覚書の2行のように次の式で表される。

$$f(t; \mu, \alpha) = \{\mu / (2\pi \alpha^2 t^3)\}^{1/2} \exp\{-(t-\mu)^2 / (2\mu \alpha^2 t)\}$$

一見むつかしそうな数式に見えるが、以下の手順で順次入力して行けば大した困難さではない。 μ は地震発生間隔の平均値で、慶長～昭和の4回の地震の間隔の平均値114年を採る。 α はばらつき具合であるが、詳しくは次回にすることとして、ここではとりあえず推本の地震調査委員会が決めた $\alpha=0.24$ を採用する。

実際の入力は、例えば図4の表のC列の7行目（経過年数2年目）の入力の場合、

$$=SQRT(114/(2*3.14*0.24^2*B7^3))*EXP(-(B7-114)^2/(2*114*0.24^2*B7))$$

のように、ルート(1/2乗)はSQRT、 π は3.14、2乗、3乗は^2、^3(英文字のへの字)、掛け算は*、割り算は/ (英文字のスラッシュ)を使う。EXPはそのまま入力すればよい。以下同様、C列の8行目（経過年数3年目）の入力は

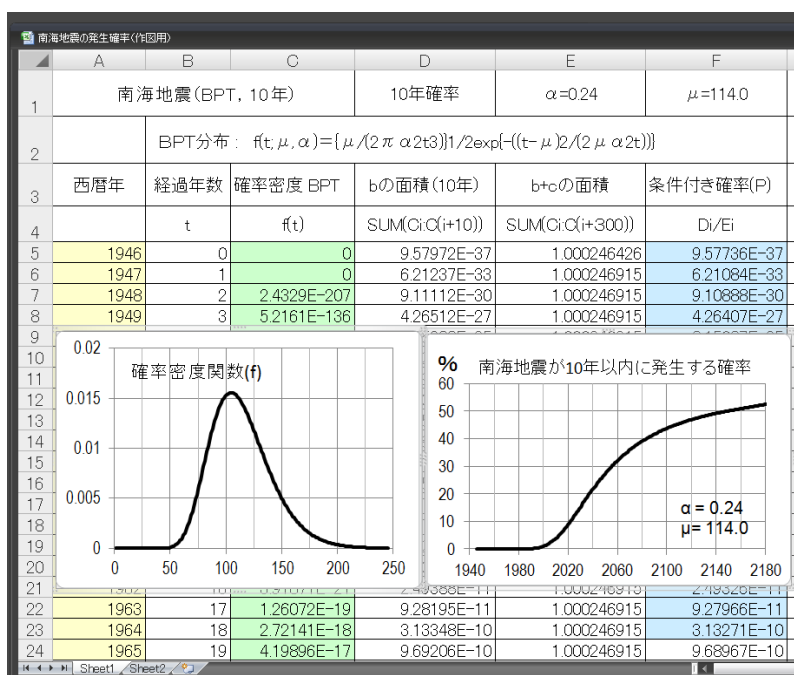
$$=SQRT(114/(2*3.14*0.24^2*B8^3))*EXP(-(B8-114)^2/(2*114*0.24^2*B8))$$

である。最初に=を入れることと、()の数を間違えないように注意。

この2行入力すれば、年数(A,B列)の場合と同様、C7とC8をアクティブにし、C8の右下の+印にポインタを当て、左クリックしたままドラッグしていけば、後は自動的に計算結果が入る。C列5行は $t=0$ で不定になるため、はじめから0を入力しておくとい。ここではC列7行から始めている。

D列はbの面積であり、Dの6行はCの6行からCの16行までの足し算をさせる。つまり10年間の面積であり、入力は=SUM(C6:C16)である。以下同様にDの7行は=SUM(C7:C17)である。2行入力すれば、あとは上記のようにD7の右下+印をドラッグして、300年までくらい計算させておく。E列は(b+c)の面積であるが、D列同様入力する。F列は最後に求めたい条件確率で、Fの6行の入力は、=D6/E6、F7行の入力は、=D7/E7、とし、以下は他の列と同様F7の右下+印をドラッグして、必要な年月まで計算させる。図5では1950年（経過年数4年）までしか見えていないが実際には経過年数300年まで計算させている。

図6



希望があれば、確率曲線を求める実際の演習を、なまずの会の合宿で行うことも検討したい。

7. 作図

前節で計算した結果をグラフにする。

図6のエクセル表で、黄色の年号と黄緑色の列をアクティブにして散布図を描かせれば右上の「BPT 確率密度」が描け、年号と青の列とで描かせれば右下の「地震発生確率」のグラフが描ける。ふたつの列をアクティブにする時は最初の列をアクティブにした後[Ctrl]キーを押しながら次の列をアクティブにする。

ふたつの列をアクティブにしておいて、「挿入」→「散布図」とすると、とりあえずのグラフが描ける。さらに、曲線の太さや色を変えるとか目盛線を入れるなど、もっと図を綺麗にしたい希望があれば、合宿の時にでも説明する。

次回は BPT 過程，ポアソン過程，地震発生確率の問題点について説明する予定。