

$\mathcal{Z}_{C^d} = \mathcal{Z}_{C^o}$ について

Top の部分クラス $C^t, C^d, C^o, (C^{bc}?)$ を次のように定義する。

$C^t = \{K \mid K \cong t\}$ ただし、 t は a fixed one point space とする。

$C^d = \{K \mid K \cong D^n (0 \leq n)\}$ 。

$C^o = \{K \mid \exists U \in \cup_{0 \leq n} \mathcal{O}(\mathbb{R}^n) (K \cong U)\}$ 。

これらのクラスに関するテスト写像のクラスには、解集合が存在する。たとえば、 $C_Y^t \supset \mathcal{S}C_Y^t = \{1_Y^{\{y\}} \mid y \in Y\}$ である。したがって、 $\mathfrak{P}^t(X, Y) \supset \mathcal{S}\mathfrak{P}^t(X, Y) = \{1_X^{dX} \times 1_Y\} \cup \{1_X \times 1_Y^{\{y\}} : X \times \{y\} \rightarrow X \times Y \mid y \in Y\}$ は解集合である。対応する終位相は $\langle 1_X^{dX} \times 1_Y, 1_X \times 1_Y^{dY} \rangle : (dX \times Y) \amalg (X \times dY) \rightarrow X \times Y$ に関する等価位相である ($\Rightarrow X \times_{C^t} Y \cong Y \times_{C^t} X$)。

残りについては略。

また、Axiom (P) がなりたつことも自明であり、 $WH\mathcal{Z}_{C_2}$ とおなじように $\mathcal{Z}_{C^t}, \mathcal{Z}_{C^d}, \mathcal{Z}_{C^o}, \mathcal{Z}_{C^{bc}}$ が定義され、デカルト的閉になる。もちろん $\mathcal{K}_{C^t}, \mathcal{K}_{C^d}, \mathcal{K}_{C^o}, \mathcal{K}_{C^{bc}}$ がそれぞれ上の z_C 空間の圏の部分圏であることも J. K. Kennison からわかる。

$\mathcal{K}_{C^d} = \mathcal{K}_{C^o}$ であることは、任意の $O \subset X$ について $C_X^d\text{-open} \Leftrightarrow C_X^o\text{-open}$ であることから導かれる。これは、well known である。この圏を島川氏らは NG と表記している。

さて、 $\mathcal{K}_{C^t} \subsetneq \mathcal{Z}_{C^t} = \Delta(C^t)$ であった (\mathcal{K}_{C^t} は離散空間全体の圏で、 \mathcal{Z}_{C^t} は任意のアレクサンドルフ空間を含む：小田)。他方、 $WH\mathcal{K}_{C_2} = WH\mathcal{Z}_{C_2} = \Delta(C_2) \cap WH$ であった (証明には弱ハウスドルフ空間の特殊性が大きく影響している)。

$NG \subsetneq \mathcal{Z}_{C^d}, \mathcal{Z}_{C^o}$ であるか、今のところ不明である。

ところで、次が成り立つ。

定理 1 $\mathcal{Z}_{C^d} = \mathcal{Z}_{C^o}$ が成り立ち、この圏は開部分空間に関し閉じている。