

半透鏡での反射による位相のずれは π ではない (1)

§1 はじめに

特殊相対性理論の実験的根拠となったマイケルソン・モーリーの実験 (1887 年) はマイケルソンが発明した干渉計を用いて行われた。物理学史にとって特筆すべきこの実験のほかにも、マイケルソン干渉計は光の波長や屈折率の精密測定などに幅広く用いられ、その功績によってマイケルソンは 1907 年にノーベル賞を授与された。現在でもこの干渉計はさまざまな実験の測定に使われており、応用技術の開発も行われている。

その重要性から大学の入試問題にもしばしば登場するのであるが、半透鏡での反射や透過による位相のずれが関与する問題では、筆者が調べたかぎり例外なく、そのずれを反射では π 、透過では 0 としている。次節で述べるように、これが正しいとすると矛盾が生じ、その矛盾に気がついた教師 (ごくまれに受験生) は苦悩することになる。この連載記事では位相のずれの正しい値を求める方法について論じる。

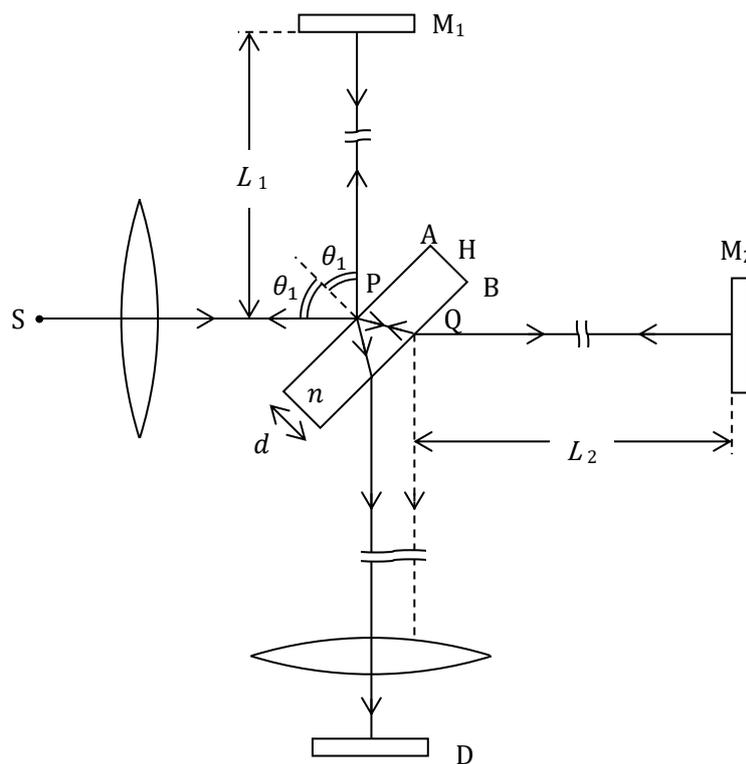


図1 マイケルソン干渉計

光源 S を出た光のうち、半透鏡 H と全反射鏡 M_1, M_2 を経由して検出器 D に達した光が重なって干渉を起こす。

§2 マイケルソン干渉計での干渉条件

図1のようなマイケルソン干渉計での平面光波の干渉条件を考える。半透鏡 H は A 面に金属が蒸着されている。最初、簡単のために、半透鏡のガラス板の厚さ d は無視できるほど小さく、かつ B 面での反射がないという特殊な状況を想定する。大学入試問題などでときどき見かけるように、光の平面波が A 面に入射するとき、空気とガラスのどちら側から入射しても位相が π だけずれ、透過するときはずれないと仮定しよう。このとき、検出器 D での干渉条件は、波長を λ 、整数を m として、

$$\left[2(L_2 - L_1) = \frac{\lambda}{2} \times \left\{ \begin{array}{l} 2m \\ 2m+1 \end{array} \right\} \text{ のとき } \left\{ \begin{array}{l} \text{強} \\ \text{弱} \end{array} \right\} \text{ めあう} \right] \quad (1)$$

である。ところが、光源 S に戻る光の干渉条件も(1)であるから、エネルギー保存則が成り立たない。何か間違っているのである。結論を先に言えば、上記の仮定が間違っている。金属層で平面波が反射や透過をするときの位相のずれは、 π や 0 ではなく、金属層の屈折率と厚さ、ガラス板の屈折率、および光の偏りと入射角に依存するのである(文献1)。これについては次回に論じる。

もし A 面に金属層がなく、H が単なるガラス板であれば、D での干渉条件は、

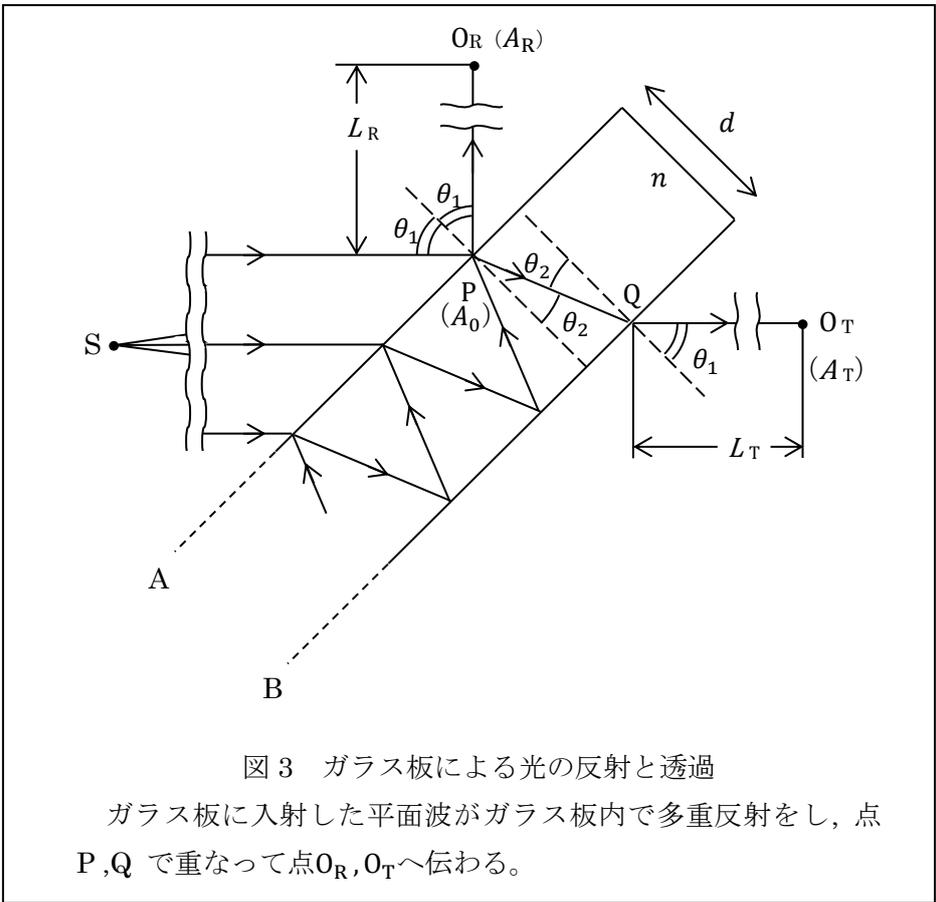
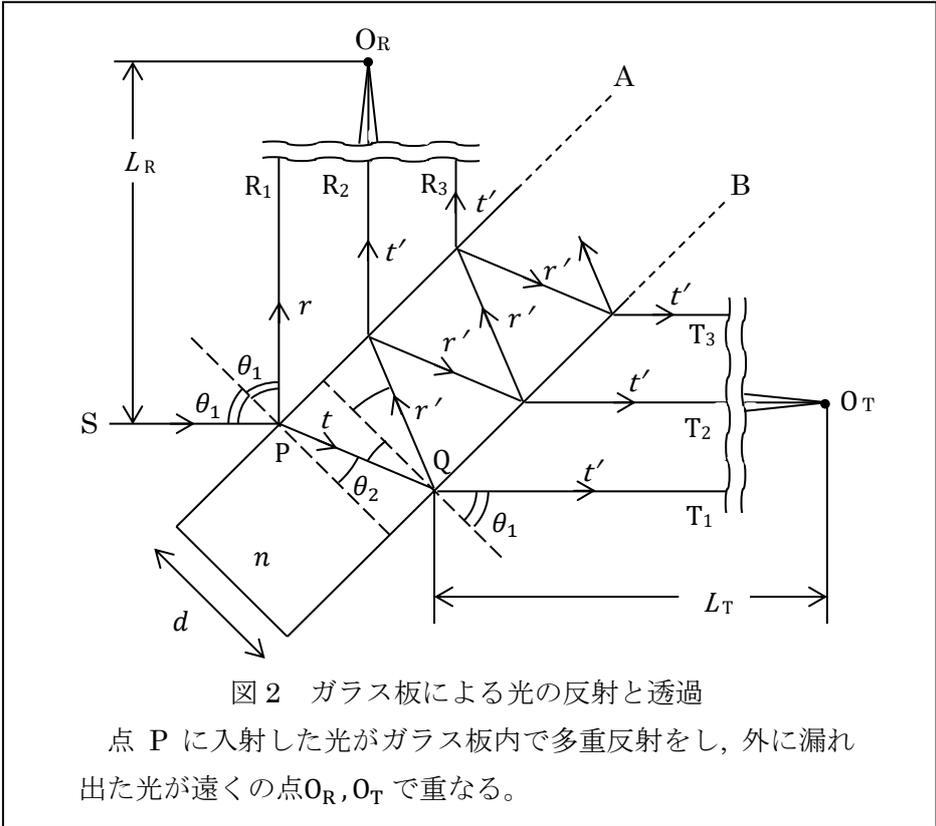
$$\left[2(L_2 - L_1) = \frac{\lambda}{2} \times \left\{ \begin{array}{l} 2m \\ 2m+1 \end{array} \right\} \text{ のとき } \left\{ \begin{array}{l} \text{弱} \\ \text{強} \end{array} \right\} \text{ めあう} \right]$$

であり、S での干渉条件は(1)であるから、矛盾は生じない。ただし、B 面での反射の影響が無視できるようにするためには、ガラス板を厚くし、コヒーレンス長が d より短い光を用い、H と全反射鏡 M_1 の間に厚さ d の補償板を挿入しなければならない。このとき、 L_1 と L_2 はそれぞれ P 点と M_1 、および P 点と M_2 の間の光路長とする。

いずれにしても、単なるガラス板(代用半透鏡)は文字どおりの半透鏡(真正半透鏡)ではない。入射した光のエネルギーが半分反射し、半分透過するためには金属層がなければならない。また、レーザー光のようにコヒーレンス長が長い光では、B 面での反射とガラス板内での多重反射の影響を無視することはできない。これらの点を考慮して一般的な状況で干渉条件を導き出すには、長くて複雑な数式の展開が必要となる。ここでは、その計算法の概略を知るために、代用半透鏡とレーザー光源を用いたときの干渉条件を求めることにする。

§3 ガラス板での反射と透過

図2のように、空気中にある厚さ d 、屈折率 n のガラス板に、波長 λ の平面波が入射角 θ_1 で入射する場合を考える。表面 A での振幅反射率を r 、振幅透過率を t とし、屈折角 θ_2 で屈折した光の裏面 B での振幅反射率を r' 、振幅透過率を t' とする。表面 A で反射した光 R_1 とガラス板内で多重反射したあと A から出ていく光 $R_i (i = 2, 3, \dots)$ は遠方の点 O_R で重なる。同様に、ガラス板を透過した光 T_1 とガラス板内で多重反射したあと B から出ていく光 $T_i (i = 2, 3, \dots)$ は遠方の点 O_T で重なる。 r, r', t, t' の間には、



$$r' = -r, \quad t t' = 1 - r^2$$

の関係があり, r はフレネルの式より,

$$\begin{aligned} \text{S偏光の場合} : r &= -\frac{\sin(\theta_1 - \theta_2)}{\sin(\theta_1 + \theta_2)} \\ \text{P偏光の場合} : r &= \frac{\tan(\theta_1 - \theta_2)}{\tan(\theta_1 + \theta_2)} \end{aligned}$$

と表される。反射光 R_{i+1} の R_i に対する光路差による位相の遅れ α と, 透過光 T_{i+1} の T_i に対する光路差による位相の遅れは等しく,

$$\alpha = 2kd\sqrt{n^2 - \sin^2\theta_1}$$

と表される。ただし, $k = 2\pi/\lambda$ である。P点での入射波の複素振幅を A_0 とすれば, 観測点 O_R での合成波の複素振幅 A_R は,

$$\begin{aligned} A_R &= A_0 (r + t r' t' e^{-i\alpha} + t r'^3 t' e^{-2i\alpha} + \dots) e^{-ikL_R} \\ &= A_0 \frac{r(1 - e^{-i\alpha})}{1 - r^2 e^{-i\alpha}} e^{-ikL_R} \end{aligned}$$

となる。ただし, $L_R = \overline{PO_R}$ である。同様に, 観測点 O_T での合成波の複素振幅 A_T は,

$$\begin{aligned} A_T &= A_0 (t t' + t r'^2 t' e^{-i\alpha} + t r'^4 t' e^{-2i\alpha} + \dots) e^{-i(\beta + kL_T)} \\ &= A_0 \frac{1 - r^2}{1 - r^2 e^{-i\alpha}} e^{-i(\beta + kL_T)} \end{aligned}$$

となる。ただし, $L_T = \overline{QO_T}$ であり, β は屈折波のP点とQ点での位相差で,

$$\beta = \frac{kn^2 d}{\sqrt{n^2 - \sin^2\theta_1}}$$

と表される。

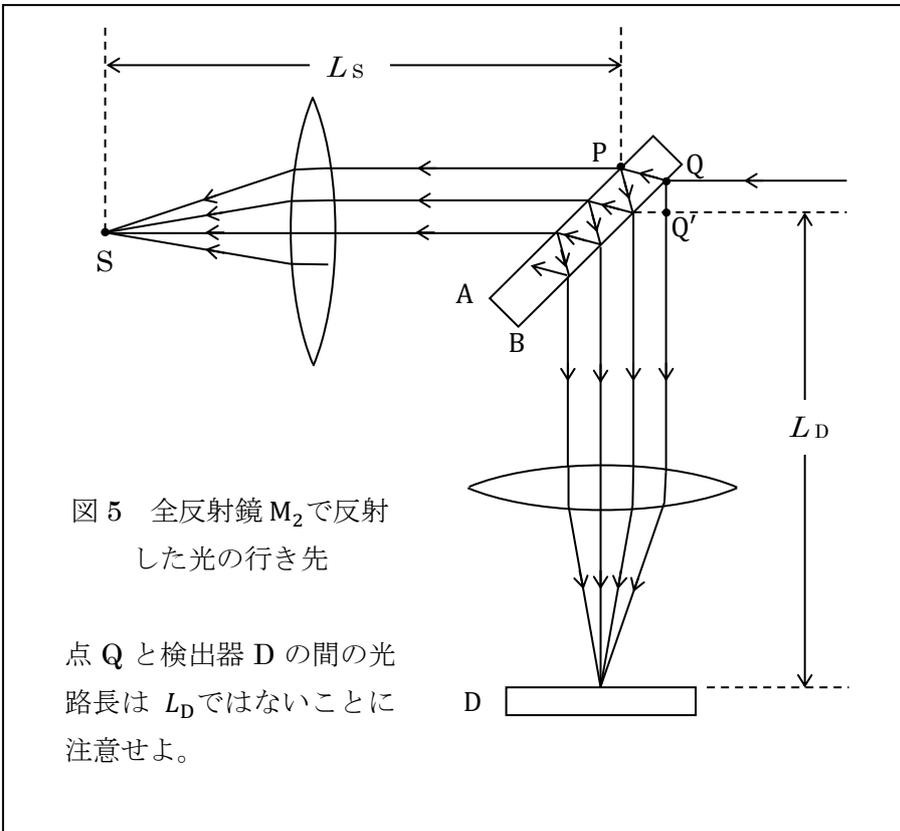
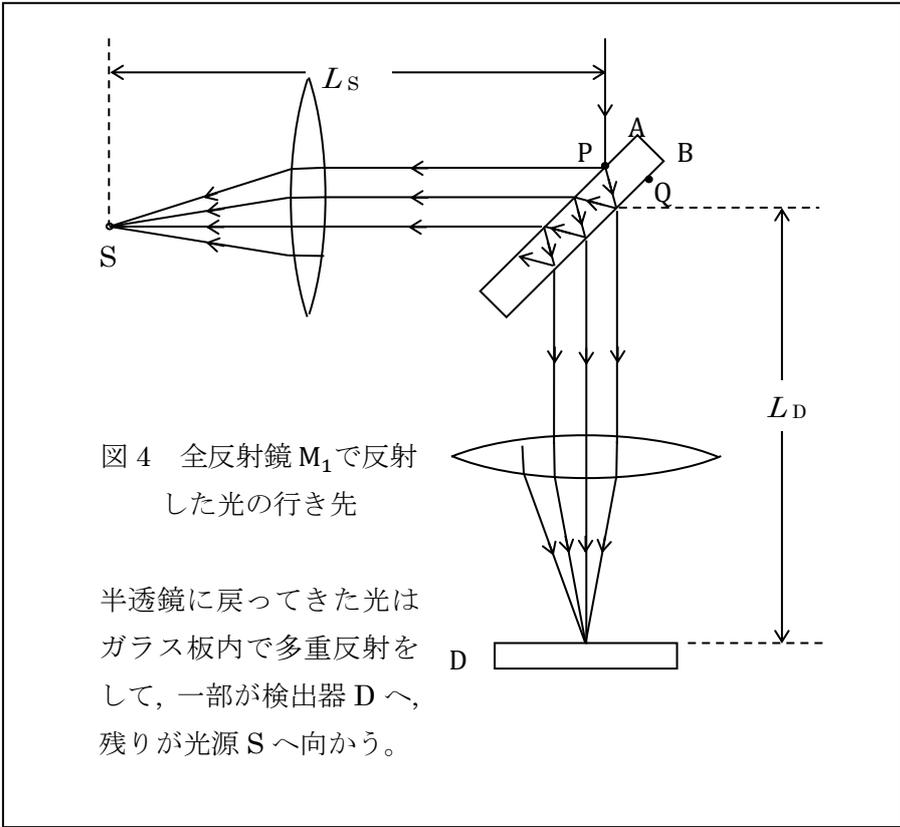
これらの結果は次のように解釈することもできる。図3のように, 遠方にある光源 S を出た光が平面波となってガラス板に入射角 θ_1 で入射するとき, ガラス板内で多重反射した無数の光がP点で重なって観測点 O_R に向かう合成波のP点での複素振幅は $A_R e^{ikL_R}$ であり, Q点で重なって観測点 O_T に向かう合成波のQ点での複素振幅は $A_T e^{ikL_T}$ である。このとき, ガラス板による振幅反射率 ρ と振幅透過率 τ を次式で定義する。

$$\rho = \frac{A_R e^{ikL_R}}{A_0} = \frac{r(1 - e^{-i\alpha})}{1 - r^2 e^{-i\alpha}} \quad (2)$$

$$\tau = \frac{A_T e^{ikL_T}}{A_0} = \frac{(1 - r^2) e^{-i\beta}}{1 - r^2 e^{-i\alpha}} \quad (3)$$

エネルギー反射率 $|\rho|^2$ とエネルギー透過率 $|\tau|^2$ は, 次のエネルギー保存則を満たす。

$$|\rho|^2 + |\tau|^2 = 1 \quad (4)$$



§4 代用半透鏡を用いたマイケルソン干渉計

図1のHが代用半透鏡で、Sが波長 λ のレーザー光源である場合を考える。A面上のP点に入射角 $\theta_1 = 45^\circ$ で入射する平面波の複素振幅を A_0 とすると、全反射鏡 M_1 に向かう合成波のP点での複素振幅は $A_0\rho$ 、全反射鏡 M_2 に向かう合成波のQ点での複素振幅は $A_0\tau$ となる。 M_1 と M_2 で全反射してP点とQ点に戻ってきた光は、図4と図5のように、H内で多重反射したあと検出器Dと光源Sへ伝わる。これらの光をDとSで重ね合わせた合成波の複素振幅は、それぞれ、

$$A_D = A_0 (\rho e^{-2ikL_1} \tau + \tau e^{-2ikL_2} \rho e^{-i\gamma}) e^{-i(\mu + kL_D)}$$

$$A_S = A_0 (\rho e^{-2ikL_1} \rho + \tau e^{-2ikL_2} \tau) e^{-i(\mu + kL_S)}$$

となる。ただし、 L_1 、 L_2 、 L_D 、 L_S は、それぞれ、P点と M_1 、Q点と M_2 、Q'点とD、P点とSの間の光路長で、レンズの影響は無視している。また、 μ は光が M_1 、 M_2 で全反射するときの位相のずれ、 γ は図5のQ点とQ'点での位相の差であり、

$$\gamma = \frac{2kd \sin^2 \theta_1}{\sqrt{n^2 - \sin^2 \theta_1}}$$

$$= 2\beta - \alpha \quad (5)$$

と表される。光源から半透鏡に入射した光のエネルギーのうち、DとSに向かうエネルギーの割合は、それぞれ、

$$F_D = |A_D/A_0|^2 = |\rho\tau(1 + e^{-i\delta}e^{-i\gamma})|^2$$

$$= 2|\rho|^2|\tau|^2\{1 + \cos(\delta + \gamma)\} \quad (6)$$

$$F_S = |A_S/A_0|^2 = |\rho^2 + \tau^2 e^{-i\delta}|^2$$

$$= |\rho|^4 + |\tau|^4 + 2\text{Re}(\rho^2 \bar{\tau}^2 e^{i\delta}) \quad (7)$$

となる。ただし、 $\bar{\quad}$ は複素共役を表し、

$$\delta = 2k(L_2 - L_1)$$

である。(2)、(3)と(5)を用いれば、

$$\text{Re}(\rho^2 \bar{\tau}^2 e^{i\delta}) = -|\rho|^2|\tau|^2 \cos(\delta + \gamma)$$

が成り立つことがわかる。よって、(6)、(7)と(4)より、

$$F_D + F_S = (|\rho|^2 + |\tau|^2)^2 = 1$$

となり、エネルギー保存則を得る。

また、(6)より、検出器Dでの干渉条件は、

$$\left[\delta + \gamma = \pi \times \begin{cases} 2m \\ 2m+1 \end{cases} \right] \text{ のとき } \begin{cases} \text{強} \\ \text{弱} \end{cases} \text{ めあう } \quad (8)$$

となる。ガラス板の厚さ d が波長 λ に比べて十分小さいときは、 $\gamma \approx 0$ とみなせる。そのとき、(8)の干渉条件は(1)の干渉条件と一致する。また、 $\alpha \approx 0$ 、 $\beta \approx 0$ であるから、(2)と(3)より、

$$\rho \approx i r \alpha / (1 - r^2), \quad \tau \approx 1$$

となる。この近似式より、極めて薄い代用半透鏡での反射と透過による位相のずれ δ_r と δ_t は、

$$\delta_r = \text{Arg}(\rho) \approx -\pi/2 \quad (\text{S 偏光}), +\pi/2 \quad (\text{P 偏光})$$

$$\delta_t = \text{Arg}(\tau) \approx 0$$

であることがわかる。一般的に、対称な半透鏡で $|\rho|^2 = |\tau|^2 = 1/2$ を満たせば、透過波に対する反射波の位相のずれが $\pm\pi/2$ になることが証明されている (文献 2,3)。上記の例は、 $|\rho|^2 \neq |\tau|^2$ のときでも $\delta_r - \delta_t \approx \pm\pi/2$ となる場合があることを示しており、興味深い。ただし、この極限においては半透鏡で光がほとんど反射されないので、検出器での干渉を目で確かめることはできない。

参考文献

- 1) 齊藤全弘 : マイケルソン干渉計における光波の干渉, 駿台フォーラム 第 21 号(2003)p.95.
- 2) 霜田光一 : ハーフミラーにおける光の消滅と生成, パリティ 7, No 1, 73(1992)
- 3) 齊藤全弘 : <http://www.eonet.ne.jp/~excitingphysics/>

「熱中物理」に掲載されている論文の要約

は [こちらへ](#)