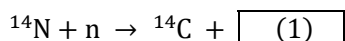


## 問題 6 炭素 14 年代測定法の高精度化

次の文中の  に適切な数式, 数値または原子核記号を記入し, 問に答えよ。

- (A) 地球の表層に存在する炭素の安定な同位体  $^{12}\text{C}$  と  $^{13}\text{C}$  の個数割合はそれぞれ 0.989 と 0.011 である。もう一つの同位体  $^{14}\text{C}$  の個数割合は無視できるほど小さい。 $^{14}\text{C}$  は次のようにして生成される。地球には太陽や太陽系外から宇宙線と呼ばれる高エネルギーの粒子 (主成分は陽子  $p$ ) が降り注いでおり, 大気の上層で窒素原子や酸素原子に衝突してそれらの原子核を破壊する。そのときに生じた中性子  $n$  が窒素原子の原子核  $^{14}\text{N}$  と次の原子核反応 :



を起こし,  $^{14}\text{C}$  が生成される。地球に降り注ぐ宇宙線の単位時間あたりの数は一定と考えられるので,  $^{14}\text{C}$  の生成率 (単位時間あたりの生成数) は一定と見なせる。

生成された  $^{14}\text{C}$  は空気中の酸素分子と化学反応を起こし, 最終的に  $^{14}\text{CO}_2$  になる。これらの二酸化炭素は大気の循環によってかき混ぜられて, 大気中に一様に分布するようになる。二酸化炭素に含まれている  $^{14}\text{C}$  は, 他の同位体とともに, 光合成と食物連鎖によって生物体内に取り込まれ, 物質代謝を経て体外へ排出される。したがって, 生物が活着している間は, 生物体内の  $^{14}\text{C}$  の個数割合は大気中の割合と同じになる。

$^{14}\text{C}$  は不安定な原子核で,  $\beta$  線を放出して安定な原子核  (2) になる。この  $\beta$  崩壊の半減期は 5730 年である。地球全体で  $^{14}\text{C}$  の崩壊率は生成率に等しくなっており,  $^{14}\text{C}$  の個数割合は一定に保たれている。

今年伐採された樹木を炭化して炭素原子だけから成る 1 g の試料を作る。炭素の原子量は 12 で, アボガドロ定数は  $6.0 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  であるから, この試料に含まれる炭素原子の数は  (3) である。この試料から放射される  $\beta$  線の強さは, 平均すれば 1 分間に 14 個である。この計測値と,  $x \ll 1$  のときに成り立つ近似式  $1 - 2^{-x} \cong 0.69 x$  を用いて, この試料に含まれる  $^{14}\text{C}$  の数を求めれば,  (4) となる。以上のことから, 大気中の炭素原子に含まれる  $^{14}\text{C}$  の個数割合は  (5) であることがわかる。

つぎに, 遺跡から出土した木材に化学的処理を施して, 炭素原子だけから成る 1 g の試料を作る。この試料から放射される  $\beta$  線の強さが, 平均して 1 分間あたり 8 個であったとすれば, この木材が伐採されたのはいまから  (6) 年前であったことになる。ただし, 過去においても大気中の  $^{14}\text{C}$  の個数割合は現在の値と同じであったと仮定する。必要なら,  $\log_2 7 = 2.807$  を用いよ。

このように  $\beta$  線の計測値を用いる年代測定法では, 少なくとも 1 g 程度の炭素試料が必要であるし, 高い精度の計測値を得るためには長い測定時間が必要となる。微量な試料でも短い時間で高精度の測定ができるように開発されたのが, 加速器質量分析計による年代測定法である。この測定法では微量な炭素試料に含まれる  $^{12}\text{C}$ ,  $^{13}\text{C}$ ,  $^{14}\text{C}$  の原子数を直接計測する。

(B) 図 1 は加速器質量分析計の模式図である。これらの装置はすべて真空中に設置されている。

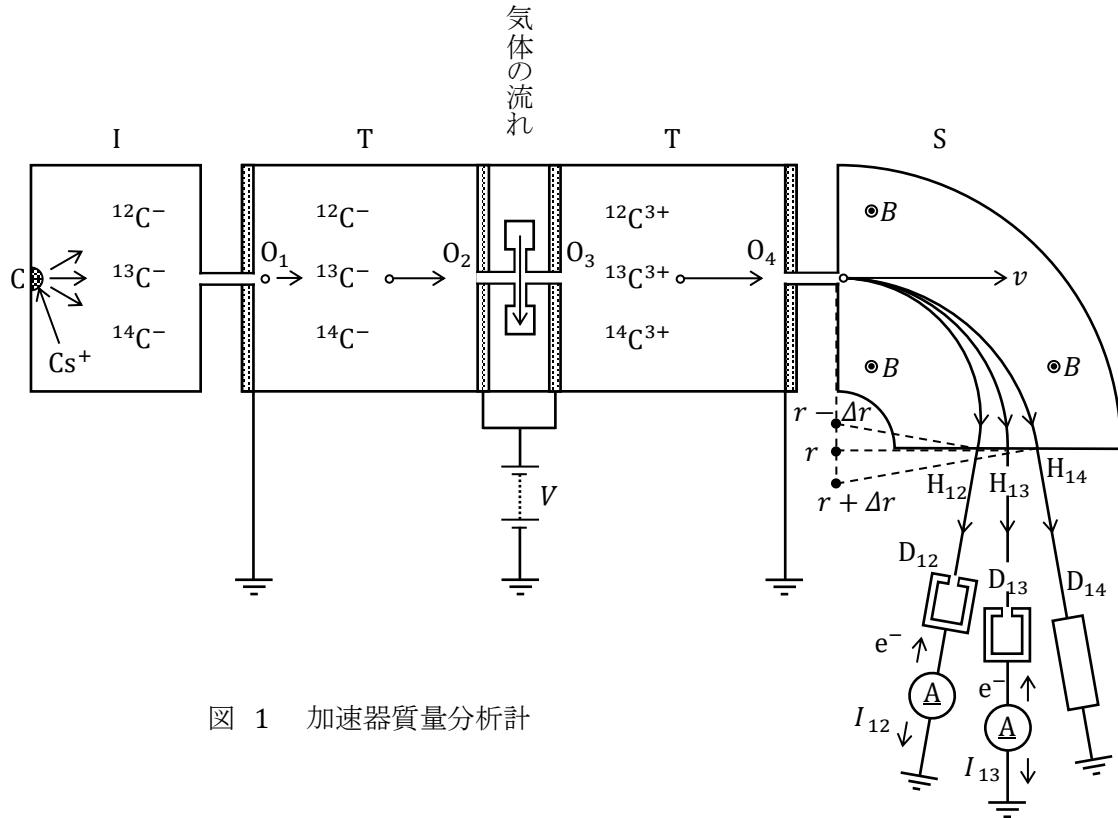


図 1 加速器質量分析計

図の I はイオン発生器で、精製された微量の固体炭素 C にセシウムイオン  $\text{Cs}^+$  を照射して、炭素の 1 価の陰イオン  $^{12}\text{C}^-$ ,  $^{13}\text{C}^-$ ,  $^{14}\text{C}^-$  を発生させる。そのあとこれらのイオンを直線状の流れにして、加速器 T に送り込む。T の入射口  $O_1$  と出射口  $O_4$  の電位は 0 で、それらの中間にある 2 つの通過口  $O_2$  と  $O_3$  の電位は  $V$  ( $V > 0$ ) である。 $O_2$  と  $O_3$  の間にはイオンの流れに垂直な方向に気体の流れがある。 $O_1$   $O_2$  間で加速された 1 価の陰イオンは、その気体を横切るときに電子を 4 つ剥ぎ取られて、3 価の陽イオン  $^{12}\text{C}^{3+}$ ,  $^{13}\text{C}^{3+}$ ,  $^{14}\text{C}^{3+}$  になる。このあと  $O_3$   $O_4$  間でさらに加速されて質量分析計 S に送り込まれる。S には紙面に垂直で裏から表の向きに磁束密度  $B$  の一様な磁場がかけられている。陽イオンは磁場からローレンツ力を受けて円軌道を描き、3 種の陽イオンはそれぞれ出射口  $H_{12}$ ,  $H_{13}$ ,  $H_{14}$  から S の外に出て行く。そのあと、陽イオンは検出器  $D_{12}$ ,  $D_{13}$ ,  $D_{14}$  で一定時間あたりの入射イオン数  $N_{12}$ ,  $N_{13}$ ,  $N_{14}$  が計測される。

電子の質量は無視できるとして、 $^{13}\text{C}^-$  と  $^{13}\text{C}^{3+}$  の質量を  $m$  とし、 $O_4$  を通過するときの速さを  $v$  とする。簡単のために、 $O_1$  を通過するときの陰イオンの運動エネルギーと  $O_2$   $O_3$  間で気体を横切るときに失うエネルギーは無視できるとする。このとき  $O_4$  を通過する  $^{13}\text{C}^{3+}$  の運動量の大きさ  $mv$  を  $m$ ,  $V$  と電気素量  $e$  を用いて表せば、(7) となる。

質量分析計に入射した  $^{13}\text{C}^{3+}$  が描く円軌道の半径  $r$  は、 $e, m, V, B$  を用いて、 $\boxed{(8)}$  と表される。この式より  $^{14}\text{C}^{3+}$  は  $^{13}\text{C}^{3+}$  より大きな半径  $r + \Delta r$  の円軌道を描くことがわかる。中性子の質量を  $\Delta m$  として、 $^{14}\text{C}^{3+}$  の質量が  $m + \Delta m$  で近似できるものとする。このとき  $\Delta m/m$  を微小量と見なして近似計算をすれば、

$$\frac{\Delta r}{r} \cong \boxed{(9)} \times \frac{\Delta m}{m}$$

となる。同様に、 $^{12}\text{C}^{3+}$  の質量は  $m - \Delta m$ 、その円軌道の半径は  $r - \Delta r$  と近似できる。

具体例として、 $r = 1.0 \text{ m}$ 、 $B = 0.50 \text{ T}$  の場合を考える。原子質量単位  $u$  を  $1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$  とし、中性子と陽イオン  $^{13}\text{C}^{3+}$  の質量をそれぞれ  $1 u, 13 u$  とすれば、 $\Delta r$  は  $\boxed{(10)}$  m であり、 $V$  は  $\boxed{(11)}$  V でなければならない。ただし、 $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$  である。

$D_{14}$  はシンチレーターと呼ばれるイオン検出器で、 $^{14}\text{C}^{3+}$  が 1 個入射するとその瞬間だけ光を発する。その光を検知して  $^{14}\text{C}^{3+}$  の入射個数を計測する。 $^{12}\text{C}^{3+}$  と  $^{13}\text{C}^{3+}$  は、 $^{14}\text{C}^{3+}$  に比べて、同じ時間内に検出器に入射する個数があまりにも多すぎるので、別の方法で測定する。 $D_{12}$  と  $D_{13}$  はファラデーカップと呼ばれる金属容器で、この中に飛び込んできた陽イオンを捕捉し、それらを中性原子にするために流れ込む電子による電流を測定して、入射個数を求める。

いま、 $D_{14}$  で  $N_{14}$  個の  $^{14}\text{C}^{3+}$  が計測された時間  $\tau$  の間に、 $D_{12}$  に流れた一定電流が  $I_{12}$  であれば、その間に  $D_{12}$  に飛び込んできた  $^{12}\text{C}^{3+}$  の個数  $N_{12}$  は  $\boxed{(12)}$  である。 $N_{13}$  も同様にして測定できる。

このようにして計測された個数から、 $^{14}\text{C}$  の個数割合  $R_{14} = N_{14}/(N_{12} + N_{13})$  が求まる。いまから  $t$  年前に伐採された木材と現在の木材から精製された 2 つの炭素試料に対する  $R_{14}$  の計測値をそれぞれ  $R_{14}(t), R_{14}(0)$  とし、過去の大気中の  $^{14}\text{C}$  の個数割合は現在の大気中のものと同じであると仮定すれば、

$$R_{14}(t) = \boxed{(13)} \quad \text{—————} \quad (\text{a})$$

が成り立ち、 $t$  が求まる。しかしながら、この仮定が正しくないことは、次の一例からもわかる。

**(問)** 産業革命以来、人類は大量の化石燃料をエネルギー源として利用してきた。そのために、大気中の炭酸ガスの濃度が産業革命前に比べて  $\sqrt{2}$  倍ほどになっている。この点を考慮しないで古い木材の年代を式 (a) から求めると、その年代は人類が化石燃料を利用しなかったと仮定したときの年代より何年ほど新しくなるか、あるいは何年ほど古くなるか。理由を付けて答えよ。

化石燃料以外にも、式 (a) で計算される年代 ( $^{14}\text{C}$  年代という) が真の年代 (暦年代という) からずれる原因がいろいろある。現在では、古い木材の年輪やサンゴの成長縞の年代測定から、 $^{14}\text{C}$  年代と暦年代の対応を表す較正曲線が得られており、それに基づいて、測定された  $^{14}\text{C}$  年代を暦年代に変換している。

## 問題 6 の解答と解説

(A) (1) 原子核反応では質量数 (陽子数と中性子数の和) と電荷が保存されるので,



が成り立つ。原子核記号の左上の数値が質量数で、左下の数値が電気素量を単位とする電荷である。

(2)  ${}^{14}_6\text{C}$  の  $\beta$  崩壊は次式のように表される。 $e^-$  は電子で、 $\bar{\nu}_e$  は反電子ニュートリノである。



反電子ニュートリノは他の粒子とほとんど相互作用をしないので、 $\beta$  線といえば電子を指すことが多い。

(3) 炭素 1 mol あたりの質量は有効数字 2 桁で 12 g であるから、炭素 1 g に含まれる炭素原子の数は、

$$\frac{1 \text{ g}}{12 \text{ g mol}^{-1}} \times 6.0 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1} = \boxed{5.0 \times 10^{22}}$$

となる。なお、 ${}^{12}\text{C}$  と  ${}^{13}\text{C}$  の質量は、原子質量単位でそれぞれ 12.000 と 13.003 であるので、炭素の原子量は次のようになる。

$$0.989 \times 12.000 + 0.011 \times 13.003 = 12.011$$

(4) 炭素 1 g に含まれる  ${}^{14}\text{C}$  の個数を  $N$  とし、半減期を  $T$  とすれば、微小時間  $\Delta t$  の間に  $\beta$  崩壊する  ${}^{14}\text{C}$  の個数  $\Delta N$  は、

$$\begin{aligned} \Delta N &= N - N \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{\Delta t}{T}} = N \left( 1 - 2^{-\frac{\Delta t}{T}} \right) \\ &\approx N \times 0.69 \frac{\Delta t}{T} \end{aligned} \quad \text{①}$$

と表される。1 個の  ${}^{14}\text{C}$  が  $\beta$  崩壊すると 1 個の  $\beta$  線が放出されるので、 $\Delta N$  は  $\Delta t$  の間に放出される  $\beta$  線の数でもある。題意より、 $\Delta t = 1$  分のとき、 $\Delta N = 14$  個であるから、式①より、

$$\begin{aligned} N &= \frac{T}{0.69} \frac{\Delta N}{\Delta t} \\ &= \frac{5730 \times 365 \times 24 \times 60 \text{ 分}}{0.69} \frac{14}{1 \text{ 分}} = \boxed{6.1 \times 10^{10}} \end{aligned}$$

を得る。

(5) (3) と (4) の答より、 ${}^{14}\text{C}$  の個数割合は、

$$R_{14} = \frac{6.1 \times 10^{10}}{5.0 \times 10^{22}} = \boxed{1.2 \times 10^{-12}}$$

となる。

(6) 放射性物質から放出される単位時間あたりの放射線の数を、その物質の放射能の強さという。  $N$  個の  ${}^{14}\text{C}$  から放出される  $\beta$  線の強さ  $I$  は、式①より、

$$I = \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{0.69}{T} N$$

と表され、 $N$  に比例する。よって、炭素試料から放出される  $\beta$  線の強さは半減期の公式に従う。

大気中の  $^{14}\text{C}$  の個数割合は昔も今も同じと仮定しているの、遺跡から出土した木材が伐採された  $t$  年前の時点で、 $1\text{g}$  の炭素から放出される  $\beta$  線の強さ  $I_0$  は、現在の値、すなわち 1 分間あたり 14 個に等しい。伐採されたあと木材には  $^{14}\text{C}$  が供給されないの、 $t$  年経った現在において、この試料から放出される  $\beta$  線の強さ  $I(t)$  は、

$$I(t) = I_0 \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$$

と表される。これに、 $I(t) = 8$  個/分、 $I_0 = 14$  個/分、 $T = 5730$  年を代入すれば、

$$2^3 = (2 \times 7) \times \left( \frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{5730}}$$

となる。両辺の 2 を底とする対数をとれば、

$$t = 5730 \times (\log_2 7 - 2) \doteq \boxed{4.6 \times 10^3}$$

を得る。

- (B) (7)  $\text{O}_1\text{O}_2$  間の電場が陰イオン  $^{13}\text{C}^-$  にする仕事は  $eV$  であり、 $\text{O}_3\text{O}_4$  間の電場が陽イオン  $^{13}\text{C}^{3+}$  にする仕事は  $3eV$  である。この問題では  $^{13}\text{C}^-$  の  $\text{O}_1$  での運動エネルギーは無視できると仮定しているの、 $^{13}\text{C}^{3+}$  の  $\text{O}_4$  での運動エネルギーは、

$$\frac{1}{2} m v^2 = 4 e V$$

となる。これより、

$$m v = \boxed{\sqrt{8 m e V}} \quad \textcircled{2}$$

を得る。このように加速の途中でイオンの核外電子を剥ぎ取ってイオンの電荷の符号を変え、前半と後半で同じ電圧を用いて 2 度加速する加速器をタンデムという。Tandem とは 2 頭の馬を縦につないだ二輪馬車のことで、加速器の前半分と後半分をそれぞれ馬に見立てているのである。

- (8) 磁場内で円軌道を描く  $^{13}\text{C}^{3+}$  の運動方程式の向心成分は、

$$m \frac{v^2}{r} = 3 e v B$$

と表される。これと式②より  $v$  を消去すれば、

$$r = \frac{m v}{3 e B} = \boxed{\frac{2}{3 B} \sqrt{\frac{2 m V}{e}}} \quad \textcircled{3}$$

となる。

- (9) 同様に、 $^{14}\text{C}^{3+}$  に対しても、式②と式③で  $m$  を  $m + \Delta m$  に、 $r$  を  $r + \Delta r$  に置き換えた式が

成り立ち,

$$r + \Delta r = \frac{2}{3B} \sqrt{\frac{2(m + \Delta m)V}{e}} \quad \text{④}$$

を得る。式④と式③の両辺の比をとれば,

$$\frac{r + \Delta r}{r} = \sqrt{\frac{m + \Delta m}{m}} \quad \text{⑤}$$

となる。 $x \ll 1$  のときに成り立つ近似式  $(1 + x)^{\frac{1}{2}} \approx 1 + \frac{1}{2}x$  を用いれば, 式⑤より,

$$\frac{\Delta r}{r} \approx \frac{1}{2} \frac{\Delta m}{m} \quad \text{⑥}$$

を得る。

(10) 式⑥に数値を代入すれば,

$$\Delta r = \frac{1}{2} \frac{\Delta m}{m} r = \frac{1}{2} \frac{1\text{u}}{13\text{u}} \times 1\text{m} = \boxed{0.038} \text{ m}$$

となる。3種のイオンの軌道半径にこれだけの差があれば, 図1のように, 余裕をもって検出器  $D_{12}, D_{13}, D_{14}$  を配置することができる。

(11) 式③に数値を代入すれば,

$$\begin{aligned} V &= \frac{9e}{8m} (rB)^2 \\ &= \frac{9 \times 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}}{8 \times 13 \times 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}} (1.0 \text{ m} \times 0.50 \text{ T})^2 = \boxed{2.1 \times 10^6} \text{ V} \end{aligned}$$

となる。このような高電圧を得るために, 第2回演習問題の問題5に登場したコッククロフト・ウォルトン回路やヴァンデグラーフ発電機が用いられている。

(12) 電流は単位時間あたりの通過電気量である。ファラデーカップ  $D_{12}$  に1個の  $^{12}\text{C}^{3+}$  が飛び込んでくると,  $3e$  の電気量が通過することになるから,  $D_{12}$  を流れる電流  $I_{12}$  は,

$$I_{12} = \frac{3eN_{12}}{\tau}$$

と表される。よって,

$$N_{12} = \boxed{\frac{I_{12}\tau}{3e}}$$

(13) 樹木が  $t$  年前に伐採されたとき, 一番外側の年輪層に含まれる  $^{14}\text{C}$  の個数割合は,  $t$  年前の大気に含まれていた  $^{14}\text{C}$  の個数割合に等しく, それは問題文にある仮定より, 現在の大気に含まれている  $^{14}\text{C}$  の個数割合  $R_{14}(0)$  に等しい。個数割合  $R_{14}$  は  $N_{14}$  に比例するから,  $R_{14}(t)$  は次の半減期の公式に従う。

$$R_{14}(t) = \boxed{R_{14}(0) \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{5730}}} \quad \text{————— (a)}$$

(問)

石炭や石油のような化石燃料は、 $^{14}\text{C}$ の半減期よりずっと長い時間をかけて、死んだ生物から形成されるので、化石燃料を燃やしたときに生じる炭酸ガスには $^{14}\text{C}$ が含まれていない。したがって、現在の大气中の $^{14}\text{C}$ の個数割合 $R_{14}(0)$ は、もし人類が化石燃料をエネルギー源として利用しなかったと仮定したときの $^{14}\text{C}$ 個数割合 $R'_{14}(0)$ より小さく、題意より、

$R_{14}(0) = \frac{1}{\sqrt{2}} R'_{14}(0)$ となる。遺跡から出土した木材の年代を式(a)から求めた値を $t$ 年とし、

$R_{14}(0)$ の代わりに $R'_{14}(0)$ を用いて求めた年代を $t'$ 年とすれば、

$$R_{14}(t') = R'_{14}(0) \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t'}{5730}} \quad \text{———— (b)}$$

が成り立つ。出土した木材に対して測定された $^{14}\text{C}$ の個数割合は $R_{14}(t') = R_{14}(t)$ であるから、式(a)と式(b)より、

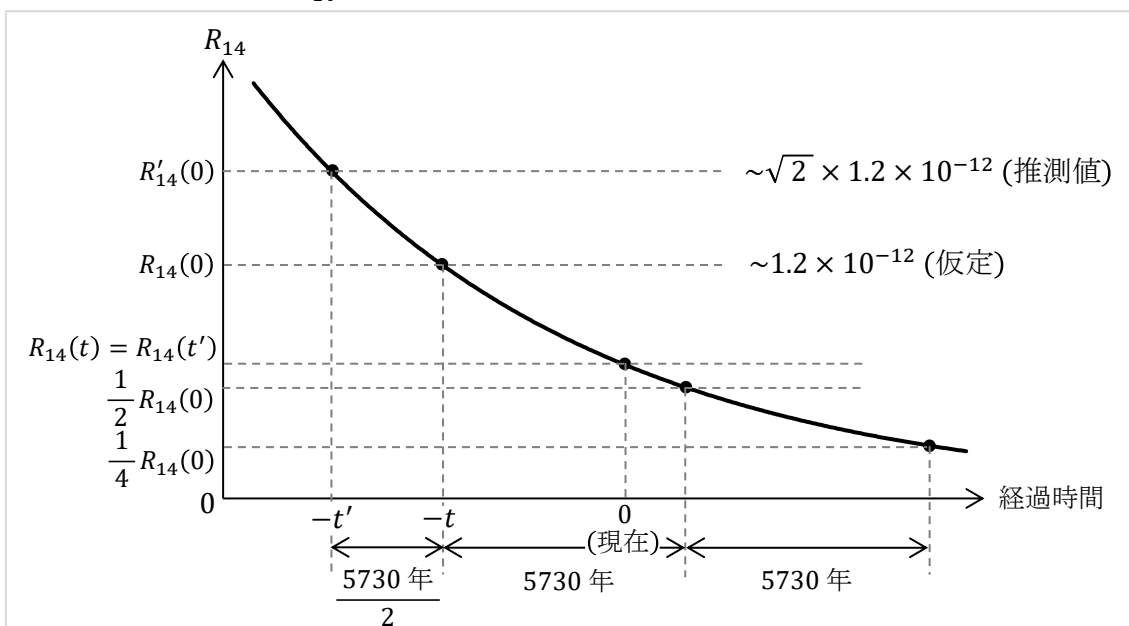
$$\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t-t'}{5730}} = \frac{R'_{14}(0)}{R_{14}(0)} = \sqrt{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

を得る。これより、 $t$ を求めれば、

$$t = t' - \frac{1}{2} \times 5730 = t' - 2865$$

となり、式(a)から求めた年代は式(b)から求めた年代、すなわち人類が化石燃料を燃やさなかったと仮定したときの年代より2900年ほど新しくなる。

この問の解答は、文章よりも次のグラフを眺めて考える方がわかり易い。縦軸は炭素試料に含まれる $^{14}\text{C}$ の個数割合 $R_{14}$ で、横軸は経過時間である。



## (補足と追加説明)

(問) に出てきた $\sqrt{2}$ という数値は、次の測定値から求めた概算値である。

南極大陸の氷床から採取したアイスコアは一年ごとに層をなして積み重なっており、1800年頃の層に閉じ込められた微量な空気の成分分析から、当時の炭酸ガス濃度は0.0285%であったことがわかっている。現時点(2021年)における大気中の炭酸ガス濃度は0.042%であるので、直近200年ほどの間に1.47倍になったのである。この増加には大規模な焼畑農業や近年頻発している森林火災などによるものも含まれているので、ここでは化石燃料の影響がおおよその程度であるのかを見積もるために、計算しやすい $\sqrt{2}$ 倍という数値を仮定した。

化石燃料以外に $^{14}\text{C}$ 年代が暦年代からずれる原因として、1945年から1980年まで行われた大気圏内の核爆発実験が挙げられる。核分裂によって生じた中性子のために、大気中の $^{14}\text{C}$ が急激に増加したのである。このことを考慮しないで年代を測定すると、化石燃料の場合とは逆に、 $^{14}\text{C}$ 年代は暦年代より古くなってしまふ。大気中の炭酸ガスの大部分は海水面に吸収され、海流に乗って深海に運ばれる。海面表層と深海との間の循環時間は1000年程度であるので、核爆発実験で生じた大気中の $R_{14}$ の増加は徐々に減少しており、現在では実験前の約5%増になっている。この影響を排除することも考慮して、現在の $^{14}\text{C}$ 年代測定法では、1950年を年代基点の「現在」とし、この「現在」から過去に向かって年代を測ることになっている。そして、1950年当時の大気の $R_{14}$ とほとんど同じ値をもつシュウ酸で作られた標準試料の $R_{14}$ を、各研究者がそれぞれの機器で測定して、それを「現在」の $R_{14}(0)$ の値とすることになった。なお、1950年当時の大気中の炭酸ガス濃度は約0.031%である。

その他にも、陸と海の生物、深海と海面表層の生物、南半球と北半球の生物で $R_{14}$ の値が異なっている。さらに、植物の物質代謝では同位体が分別されており、 $N_{13}/N_{12}$ と $N_{14}/N_{12}$ の値が、わずかではあるが、大気中の値と異なっている。しかも、その値が植物の種類によって異なる。これらの点に注意して、暦年代のわかっている木の年輪やサンゴの成長縞に対して $^{14}\text{C}$ 年代を測定し、較正曲線が作成された。有益な測定がされるごとに、較正曲線は更新される。

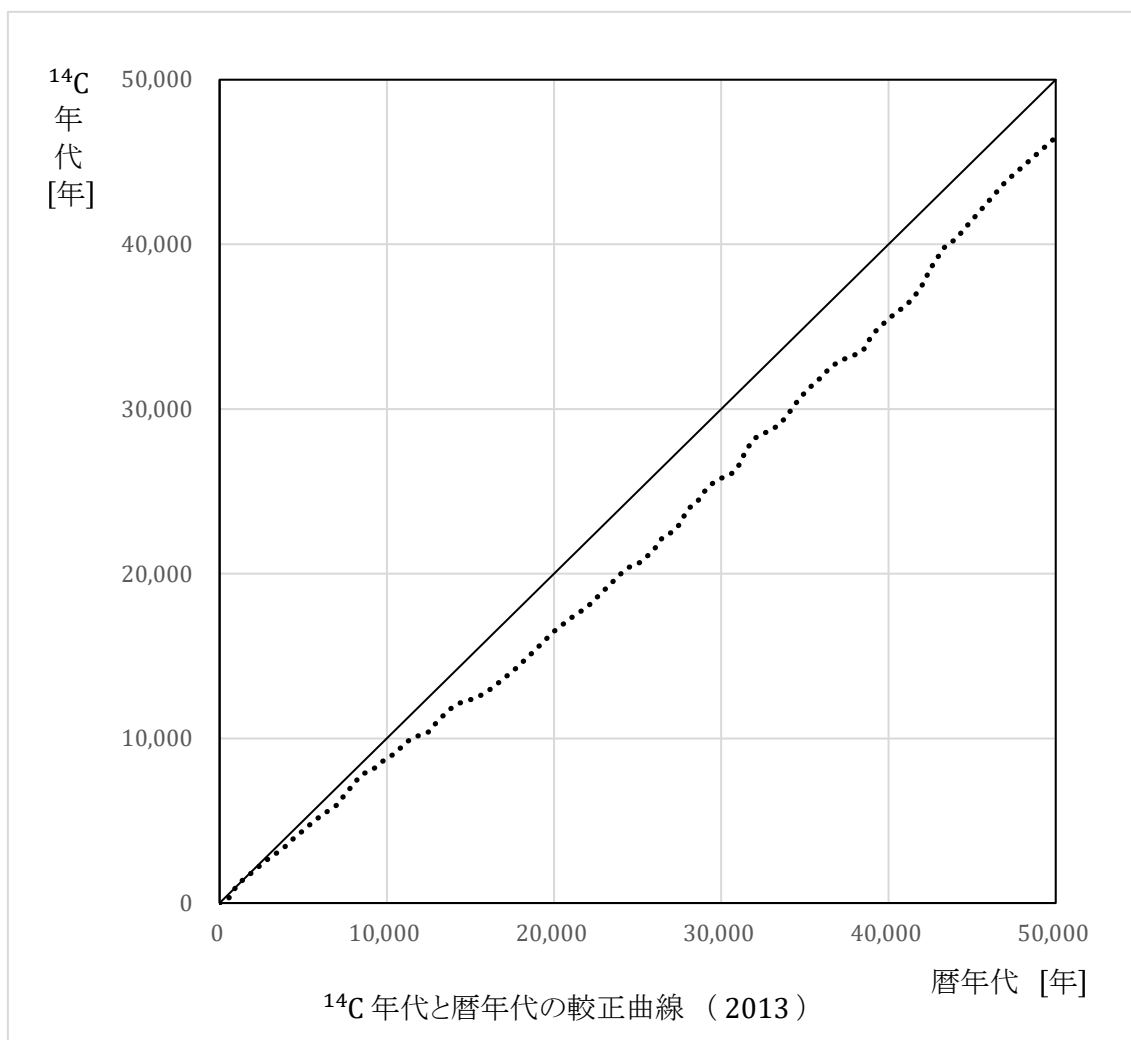
図2は北半球の陸生生物用の較正曲線(文献1)である。これを見ると、 $^{14}\text{C}$ 年代が10,000年のときは2,000年~3,000年、20,000年以上のときは約4,000年ぐらい、系統的に $^{14}\text{C}$ 年代が暦年代より若く(新しく)なっている。その原因としては、化石燃料以外に、過去と現在で宇宙線の強度あるいは地磁気の強度が系統的に異なっていたことが考えられる。

もっと現在に近い年代では、名古屋大学太陽地球環境研究所の研究グループが、屋久杉の年輪に対して、1~2年の時間分解能で1,600年分の $^{14}\text{C}$ 濃度( $N_{14}/N_{12}$ )を測定した。その結果、西暦774年~775年と993年~994年に、 $^{14}\text{C}$ 濃度が急激に増加したことがわかった(文献2)。

これらについては、NHKの科学番組「コズミック フロント」で紹介されたので、ご覧になった方もおられるであろう。その原因としては、スーパーフレアのような異常な太陽活動による宇宙線の増加が有力視されている。1,600年分の $^{14}\text{C}$ 濃度の測定はたいへんであったろうと推察するが、地道な測定の積み重ねが大発見につながったのである。三宅氏と増田氏に拍手を送りたいと思う。



文献 1 Radiocarbon dating :  
WikiJournal of Science , 2018 , 1(1): 6  
doi : 10.15347 / wjs / 2018 . 006



文献 2 屋久杉に刻まれた宇宙現象 : 西暦 774-775 年, 993-994 年の宇宙線強度異常  
三宅美沙, 増田公明 日本物理学会誌 Vol. 69 No2 , 2014

[他の演習問題へ](#)