

問題 2 モルフォ蝶はなぜ青く見えるのか

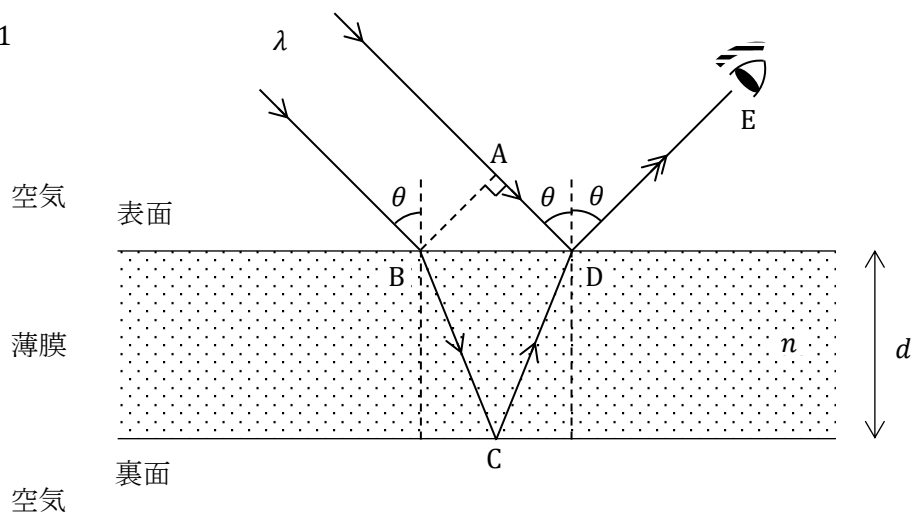
以下の文中の に適切な数式または数値を記入し, 問 1 と問 2 に答えよ。

モルフォ蝶の青い羽根は金属のような光沢を帯びており, 遠くからでも際立って見える。羽根には青い色素が含まれていないので, 青く見える原因は光の干渉・回折であると考えられている。この問題では, 波長 380 nm の紫色から 780 nm の赤色までの光が人の目に見えるとし, 可視光線の波長をすべて含み, 太陽光のように特定の色合いを感じさせない光を白色光と呼ぶことにする。必要なら, $\sqrt{3} = 1.73$, $\sqrt{5} = 2.24$ を用いよ。

(A) 仮に, モルフォ蝶の羽根の表面に薄膜があり, それによる光の干渉のために青く見えるとしてみよう。薄膜の屈折率を n とし, その厚さ d は可視光線の波長程度とする。表面と裏面は屈折率 1 の空気と接している。

図 1 の AB は入射角 θ で薄膜の表面に入射する波長 λ の光波の波面である。経路 ADE と経路 BCDE を伝播した 2 つの光波が重なって干渉を起こす。それを点 E から見たときに明るく見える条件は, 正整数を m として, (1) と表される。

図 1



太陽光は大気中の微粒子や分子密度のゆらぎによって散乱されるので, 地上のどの位置でもあらゆる方向から白色光が入射してくる。そのため点 E で薄膜の表面全体を見渡すと, 表面は虹色に見える。すなわち, 異なる色が異なる方向に見える。

一例として, $n = 1.5$, $d = 400 \text{ nm}$ の場合で計算してみよう。一般的に, 可視領域で波長が長くなると屈折率はわずかに小さくなるのだが, ここでは簡単のために, n は λ に依らないとする。このとき, $m = 1$ の干渉はないが, $m = 2$ の干渉では,

$$\boxed{(2)} \text{ nm} < \lambda \leq 780 \text{ nm}$$

を満たす波長 λ の光が、

$$1 > \sin^2 \theta \geq \boxed{(3)}$$

を満たす反射角 θ の方向に見える。また、 $m = 3$ の干渉では、

$$380 \text{ nm} \leq \lambda \leq \boxed{(4)} \text{ nm}$$

を満たす波長 λ の光が、

$$\boxed{(5)} \geq \sin^2 \theta \geq 0$$

を満たす反射角 θ の方向に見える。 $m \geq 4$ の干渉はない。

このように薄膜の干渉では、さまざまな色の光がそれぞれ特定の方向に見える。ところが、モルフォ蝶の羽根は、 $\theta = 0^\circ$ から $\theta = 60^\circ$ ぐらいまで、どの方向から見ても青く見えるので、その原因は薄膜による干渉ではないことがわかる。

(B) 二つ目の仮説として、羽根の表面に図 2a のような同じ高さの畝が間隔 d で並んでおり、それによる回折のために青く見えるとしてみよう。各畝の幅 w は可視光線の波長より小さく、畝と畝の間では光の反射はないものとする。

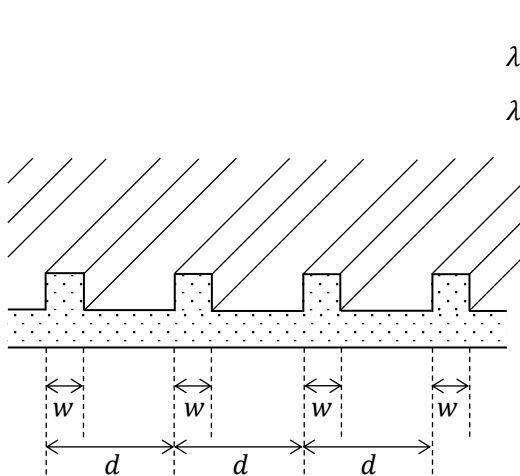


図 2a

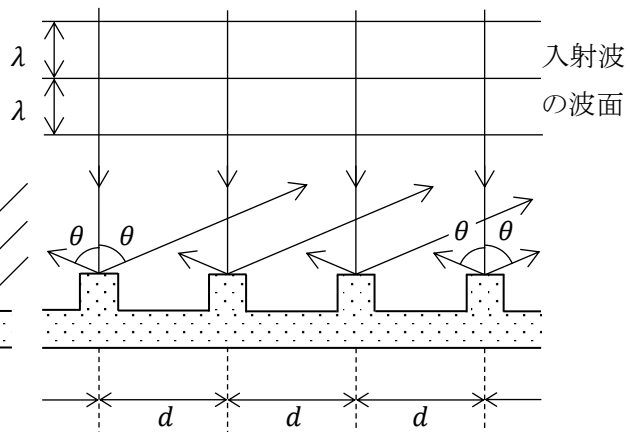


図 2b

いま、図 2b のように、羽根の表面に垂直に入射した波長 λ の平面波が、畝による回折のために θ 方向に反射する場合を考える。このような反射型の回折が生じる条件は、非負の整数を m として、 $\boxed{(6)}$ と表される。

この式からわかるように、もし d が可視光線の波長の数倍程度であれば、羽根の表面に垂直に白色光が入射したとき、ある位置から羽根全体を見渡すと虹色に見える。たとえば、 $d = 1 \mu\text{m} = 1000 \text{ nm}$ の場合、 $m = 1$ の回折によって、

$$\boxed{(7)} \leq \sin \theta \leq \boxed{(8)}$$

を満たす θ の範囲に、紫色から赤色までの虹色が見える。また、 $m = 2$ の回折では、

$$380 \text{ nm} \leq \lambda < \boxed{(9)} \text{ nm}$$

を満たす波長 λ の光が、

$$1 > \sin \theta \geq \boxed{(10)}$$

を満たす反射角 θ の方向に見える。このようにこの仮説も、見る方向に関係なくモルフォ蝶の羽根が青く見える理由を説明できない。

問 1 もし d が 380 nm より小さければ、羽根に垂直に白色光が入射したとき、羽根はどのように見えるか、理由をつけて述べよ。

(C) モルフォ蝶の羽根を覆っている鱗粉を電子顕微鏡で見ると、図 3 のようになっている。鱗粉の表面を真上から見下すと、図 3a のように、畝が平行に並んでいる。 i 番目の畝の幅 w_i と隣りの畝との間隔 d_i はほぼ一定であるが、それぞれの平均値のまわりに少しばらつきがある。図 3b は一つの畝の断面で、板状の構造単位が支柱に支えられてほぼ等間隔で並んでいる。このような構造をラメラ構造という。板はタンパク質でできており、その厚さ t_p は約 80 nm で、屈折率 n は $1.4 \sim 1.5$ である。板と板の間の空気層の厚さ t_A は $140 \text{ nm} \sim 160 \text{ nm}$ である。断面全体の形状は枝を水平に伸ばした針葉樹のように見える。隣りの畝の断面との関係は図 3c のようになっており、最上段の板の高さは揃っていない。

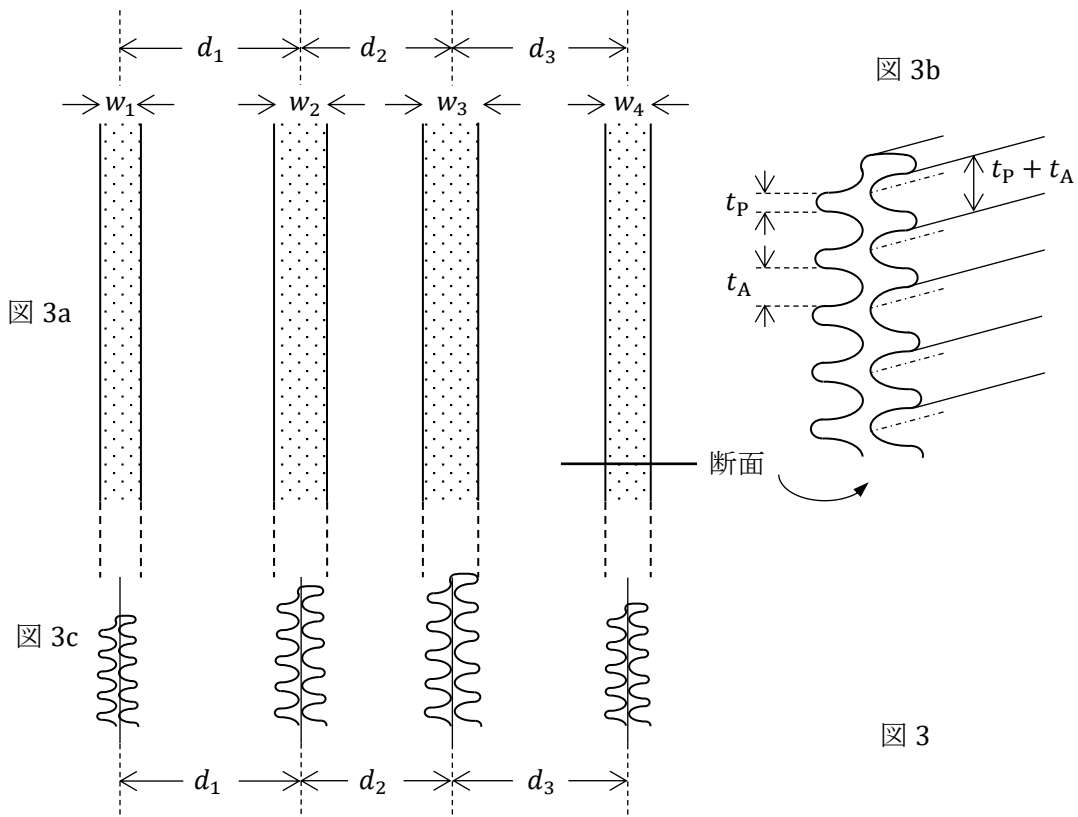


図4のように、模式的に描かれたラメラ構造の板に白色光が垂直に入射し、垂直に反射される場合を考える。このとき、隣り合う板の上面で反射された波長 λ の光波が重なって強め合えば、支柱の左側または右側のすべての板の上面で反射された光波が重なるとき、波長 λ の光波が強く反射され、その色が強調されて見える。

いま、 $t_p = 80 \text{ nm}$, $t_A = 150 \text{ nm}$ とすれば、可視領域で見える強い反射光の波長は (11) nm となる。これはモルフォ蝶の青色である。

問2 各ラメラ構造の最上板に入射角 θ で入射した光波は、入射点から素元波を放射する。それらが図5に描かれた ϕ 方向の遠く離れた点で重なって強め合えば、 ϕ 方向で強い反射光が見られるはずだが、可視領域のどの波長でもこのような反射光はない。その理由を述べよ。

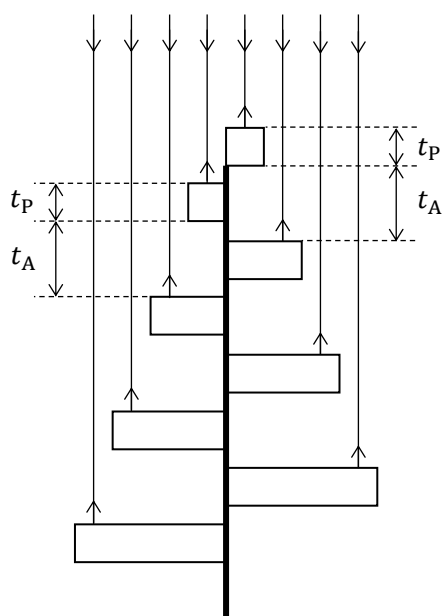


図 4

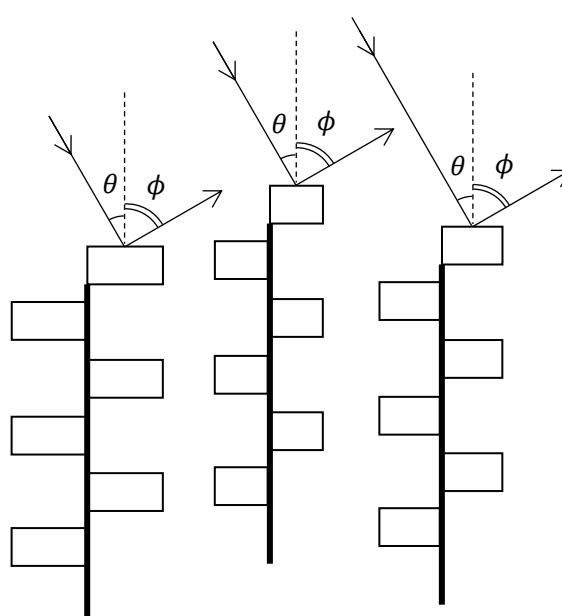


図 5

ところが、モルフォ蝶の羽根は約 60° より小さい任意の反射角 ϕ で青く見える。各畝の幅 w_i は可視光線の波長程度であるので、各板の上面で垂直に反射された位相の揃った青い光は、ラメラ構造を離れたあと、単スリットを通過する光のように回折を起こす。そのため羽根に対して垂直でない方向にも青い光が伝わるのである。

(D) 図6は不透明な板に開けられた幅が w の単スリットで、隙間は紙面に垂直である。このスリット板に波長 λ の平面波を垂直に入射させると、開口部を通過する波面 AB 上の各点から無数の素元波が広がっていく。それらが遠くのスクリーン S で重なり、明暗の縞模様が生じる。スクリーンと不透明板は平行で、点 O は AB の中点 M からスクリーンに下した垂線の足である。点 O ではすべて

の素元波が同位相で重なるので、点 O には 0 番目の明線が生じる。スクリーン上に描かれている曲線はスクリーン上での光の明るさを表している。点 P_1, P_2, \dots には暗線が、点 Q_1, Q_2, \dots には明線が見られる。

単スリットから見て 1 番目の暗線が見える方向 MP_1 と対称軸 MO のなす角度を θ_1 とする。波面 AB 上で点 A と点 M から距離 x ($x < w/2$) だけ離れた点 C と点 D から広がる素元波が点 P_1 で重なって弱め合う条件は、(12) である。このとき、 x を変えると点 C と点 D のようなペアが無数にできるが、それらのペアから広がる素元波はすべて点 P_1 で重なって打ち消し合う。その結果、点 P_1 に暗線ができる。

単スリットによる回折のために光波が広がるおおよその範囲は、 $2\theta_1$ と見ることができる。設問 (11) で求めた波長の青い光が、(C) で述べたように、単スリットによる回折と同様にして、 $\theta_1 = 60^\circ$ まで広がるとすれば、その仮想的な単スリットの幅は、(13) nm でなければならない。電子顕微鏡で見たときのラメラ構造の畝の幅は大体この程度であるので、辻褃が合う。

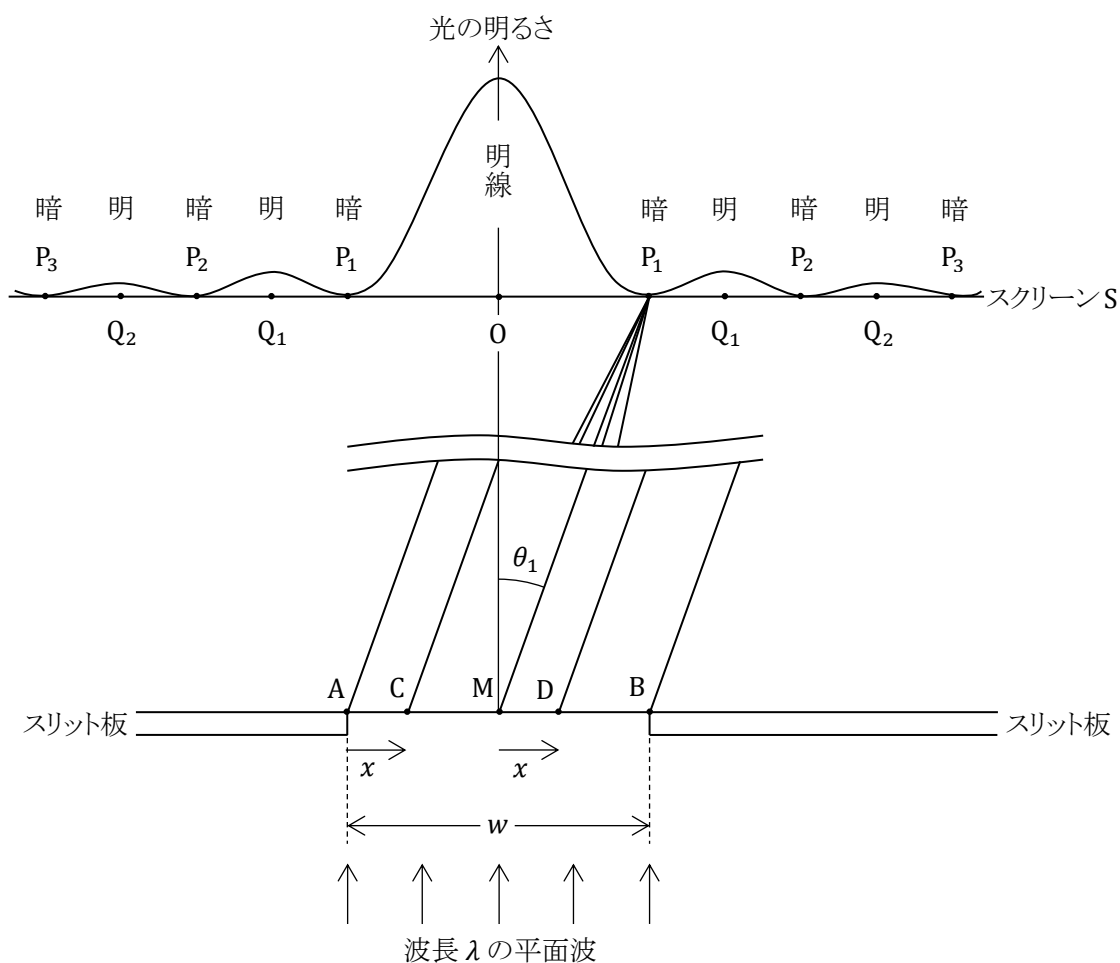


図 6

問題 2 の解答と解説

(A)

(1) 図 1 のように点 F と点 G を導入する。点 B での屈折角を r とすれば、屈折の法則 :

$$n \sin r = \sin \theta \tag{①}$$

が成り立つ。この式の両辺に \overline{BD} を掛ければ、

$$n \overline{BD} \sin r = \overline{BD} \sin \theta$$

となり、図 1 より、

$$n \overline{BF} = \overline{AD}$$

を得る。これを用いれば、経路 BCDE と経路 ADE の光路差は

$$\begin{aligned} n(\overline{BF} + \overline{FC} + \overline{CD}) - 1 \times \overline{AD} &= n(\overline{FC} + \overline{CG}) = n \overline{FG} \\ &= n \times 2d \cos r \end{aligned}$$

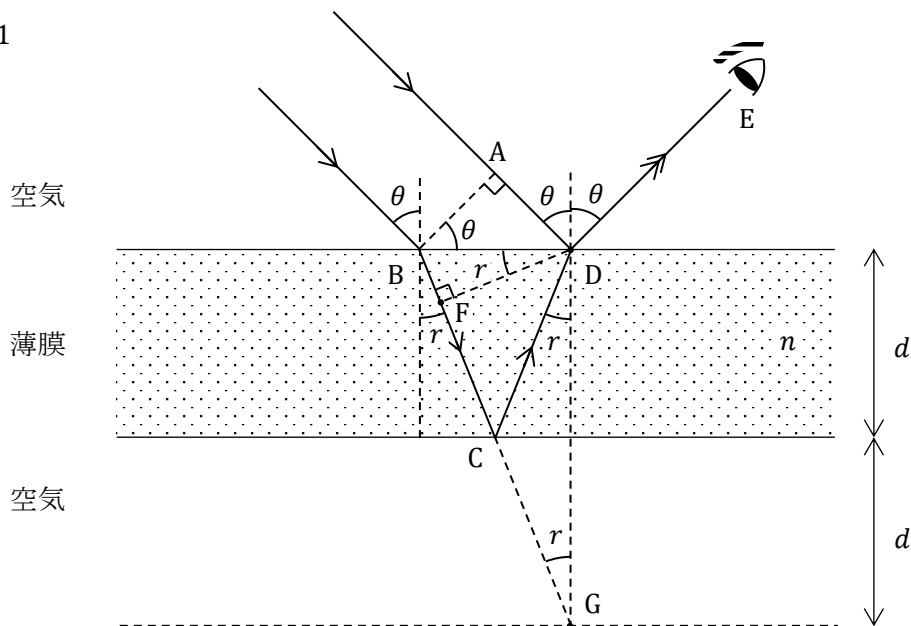
となる。点 D で反射するとき光波の位相が π だけずれ、点 C で反射するときにはずれないことに注意すれば、重ね合わされた 2 つの光波が点 E で明るく見える条件は、

$$2\pi \frac{2nd \cos r}{\lambda} + \pi = 2\pi m \tag{②}$$

と表される。式 ① と ② より r を消去すれば、求める条件式は次のようになる。

$$\boxed{2d \sqrt{n^2 - \sin^2 \theta} = \left(m - \frac{1}{2}\right) \lambda} \quad (m = 1, 2, 3, \dots) \tag{③}$$

図 1



(2) (3) 以下では、 $n = 1.5$, $d = 400 \text{ nm}$ とする。

$m = 1$ の場合、可視領域 ($380 \text{ nm} \leq \lambda \leq 780 \text{ nm}$) の光波に対して、式③を満たす $\sin^2 \theta$ は 1 より大きくなるので、 $m = 1$ の干渉はない。

$m = 2$ の場合、 $\theta = 90^\circ$ で式③を満たす反射光が見えるとすれば、その波長は

$$\lambda = \frac{4}{3} d \sqrt{n^2 - 1} = \frac{4}{3} \times 400 \text{ nm} \times \sqrt{\frac{5}{4}} = \boxed{597} \text{ nm}$$

である。また、 $\lambda = 780 \text{ nm}$ の反射光が見える方向 θ は、

$$\sin^2 \theta = n^2 - \left(\frac{3 \lambda}{4 d} \right)^2 = 2.25 - \left(\frac{3 \times 780 \text{ nm}}{4 \times 400 \text{ nm}} \right)^2 = \boxed{0.111}$$

を満たす。これより θ を求めれば、 $\theta = 19.5^\circ$ となる。

(4) (5) $m = 3$ の場合、 $\theta = 0$ で式③を満たす反射光の波長 λ は

$$\lambda = \frac{4}{5} d n = \frac{4}{5} \times 400 \text{ nm} \times 1.5 = \boxed{480} \text{ nm}$$

である。また、 $\lambda = 380 \text{ nm}$ の反射光が見える方向 θ は、

$$\sin^2 \theta = n^2 - \left(\frac{5 \lambda}{4 d} \right)^2 = 2.25 - \left(\frac{5 \times 380 \text{ nm}}{4 \times 400 \text{ nm}} \right)^2 = \boxed{0.840}$$

を満たす。これより θ を求めれば、 $\theta = 66.4^\circ$ となる。

(B)

(6) 隣り合う畝から広がる 2 つの素元波が、 θ 方向の遠くの点で重なって強め合えば、周辺のすべての畝から広がる素元波が強め合い、その波長の光波が θ 方向に反射される。その条件は、図 2 より、次のようになる。

$$\boxed{d \sin \theta = m \lambda} \quad \text{④}$$

ただし、 $m = 0, 1, 2, \dots$ である。

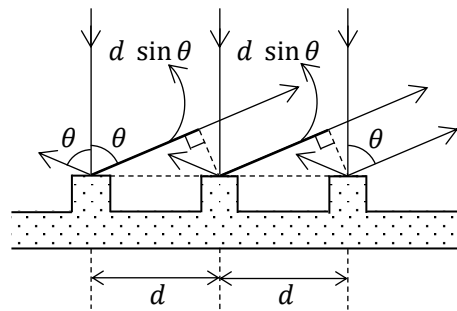


図 2

(7) (8) $m = 1$ の場合、 $380 \text{ nm} \leq \lambda \leq 780 \text{ nm}$ を満たす波長 λ の光波が反射される方向 θ は、式④より、次式を満たす。

$$\frac{380 \text{ nm}}{1000 \text{ nm}} \leq \sin \theta \leq \frac{780 \text{ nm}}{1000 \text{ nm}} \rightarrow \boxed{0.380} \leq \sin \theta \leq \boxed{0.780}$$

$$\rightarrow 22.3^\circ \leq \theta \leq 51.3^\circ$$

(9) (10) $m = 2$ の場合、 $\theta = 90^\circ$ で式④を満たす反射光が見えるとすれば、その波長 λ は

$$\lambda = \frac{d}{2} \sin 90^\circ = \boxed{500} \text{ nm}$$

である。また、 $\lambda = 380 \text{ nm}$ の反射光が見える方向 θ は次式を満たす。

$$\sin \theta = \frac{2\lambda}{d} = \frac{2 \times 380 \text{ nm}}{1000 \text{ nm}} = \boxed{0.760} \rightarrow \theta = 49.5^\circ$$

(問1) 可視領域の波長 λ に対して、 $\lambda/d > 1$ となるので、式④が満たされるのは、 $m = 0$ 、 $\theta = 0$ の場合だけである。すなわち、すべての可視光線が $\theta = 0$ 方向に強く反射される。よって、羽根の表面から垂直に白色光が放射されるように見える。

(C)

(11) 隣り合う板に垂直に入射し、垂直に反射する2つの光波が重なって強め合う条件は、正整数を m として、

$$m\lambda = 2(t_P + t_A) = 460 \text{ nm}$$

である。そのうち、 $380 \text{ nm} \leq \lambda \leq 780 \text{ nm}$ を満たすのは、 $m = 1$ の場合だけであるから、

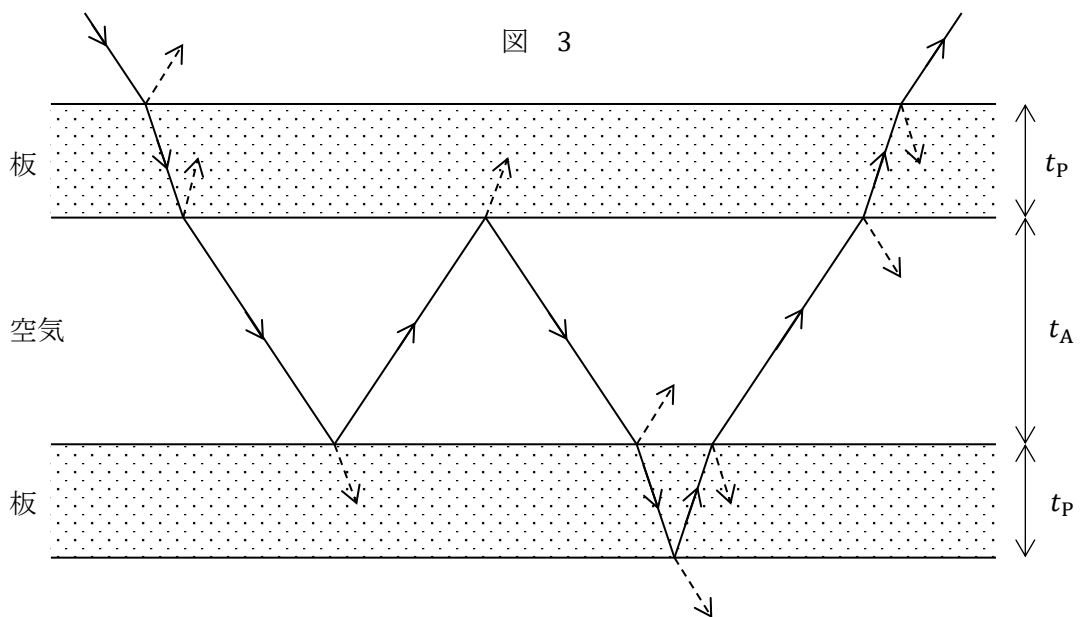
$$\lambda = \boxed{460} \text{ nm}$$

となる。

(問2) 畝の間隔と最上板の高さが一定でないので、素元波が各畝の最上板から広がって ϕ 方向の遠方で重なるとき、それらの位相はバラバラの値をとる。位相がバラバラな多くの波を重ね合わせると、その合成波の振幅は0となるので、波長 λ や角度 ϕ に関係なく、強い反射は生じない。

【参考】板の中へ光波が進入する場合

ラメラ構造の板の中へ進入した光波が、図3の例のように、板と空気の境界面で反射と屈折を多数回繰り返し、最終的にラメラ構造から出てくる経路は無数に存在する。そのような無数の経路を辿ったすべての光波を重ね合わせて、反射光の強度を論じることは困難である。



光波が境界面に入射すると、光のエネルギーは反射波と屈折波に分けられ、2つの波の振幅は入射波の振幅より小さくなる。そのため、境界面に入射する回数が増えると、ラメラ構造から出てくる際の振幅は指数関数的に小さくなり、その波の干渉に対する寄与は小さくなる。したがって、近似的に干渉条件を求めるときには、境界面への入射回数が最も少ない2つの経路を辿った光波の重ね合わせを考えればよい。

たとえば、図4のように、光波が板に対して垂直に入射して、経路aと経路bを辿って板から出てくる場合、境界面への入射回数はそれぞれ1回と3回である。これら2つの光波が重なって強め合う条件は、

$$2n t_p = \left(m - \frac{1}{2}\right) \lambda \quad (m = 1, 2, \dots)$$

となる。よって、この光波の波長は、 $n = 1.5$ として、

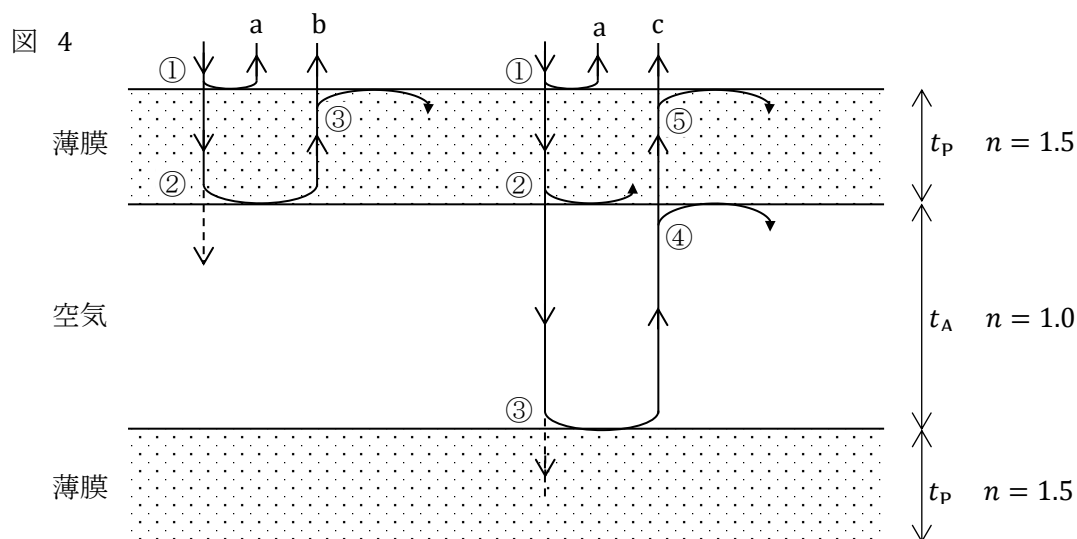
$$\lambda = \frac{4n}{2m-1} t_p = \frac{6}{2m-1} \times 80 \text{ nm}$$

と表される。これを満たす可視領域の波長は、 $m = 1$ のときの $\lambda = 480 \text{ nm}$ だけである。これはモルフォ蝶の青色である。

ちなみに、経路aと経路cでは、境界面への入射回数はそれぞれ1回と5回で、強め合う条件は、

$$2(n t_p + t_A) = m \lambda \quad (m = 1, 2, \dots)$$

となる。これを満たす可視領域の波長は、 $m = 1$ のときの $\lambda = 540 \text{ nm}$ だけである。その色は黄緑色である。モルフォ蝶の羽根の反射光に黄緑色の成分が混じっているかどうかはスペクトルを調べないと分からないが、実際の色は青色であるから、黄緑色の成分の寄与が小さいことは確かである。経路cでは境界面への入射が5回もあるので、最上板から出てきたときの振幅は小さく、経路aの光波と強め合う干渉条件を満たしていても、振幅はさほど大きくなり、黄緑色の成分が強調されて見えることはないであろう。



(D)

(12) 図5のように、点Cと点Dから広がった2つの素元波が点P₁で重なって弱め合う条件は、正整数を m として、

$$\frac{w}{2} \sin \theta_1 = (2m - 1) \frac{\lambda}{2} \quad \text{⑤}$$

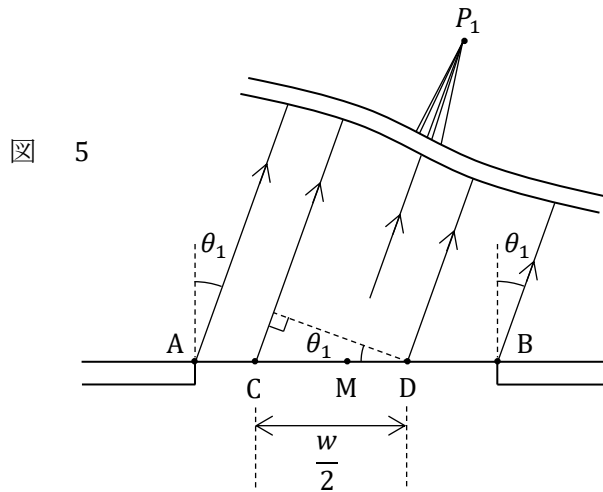
であるが、角度 θ_1 は回折角 θ を0から大きくしたときに、初めて暗くなる方向だから、 $m = 1$ である。って、求める条件式は次のようになる。

$$\boxed{w \sin \theta_1 = \lambda} \quad \text{⑥}$$

(13) 設問(11)で求めた青い光の波長は、 $\lambda = 460 \text{ nm}$ であるから、式⑥より、 $\theta_1 = 60^\circ$ のとき、

$$w = \frac{460 \text{ nm}}{\sin 60^\circ} = \frac{2}{\sqrt{3}} \times 460 \text{ nm} = \boxed{532 \text{ nm}}$$

となる。



【参考】 単スリットによる回折縞の明線と暗線の位置

2番目の暗線の位置 P_2 は、図6のように AB を4等分したときに、区間 AX_1 と区間 X_1M (または区間 MX_2 と区間 X_2B) から広がった素元波が、点 P_2 で重なって弱め合う条件:

$$\frac{w}{4} \sin \theta_2 = \frac{\lambda}{2}$$

から求まる。すなわち、

$$\sin \theta_2 = \frac{2\lambda}{w}$$

である。ちなみに、式⑤で $m \rightarrow 2$, $\theta_1 \rightarrow \theta_3$ と置き換えた式は

$$\frac{w}{6} \sin \theta_3 = \frac{\lambda}{2}$$

と書き換えられる。これは、 AB を 6 等分して、隣り合う幅 $w/6$ の区間から広がった素元波が遠くで重なって弱め合うことを表しており、3 番目の暗線の位置 P_3 を求める式になっている。

これらの結果から推測できるように、 AB 間を 3 等分し (図 7 参照) , 隣り合う幅 $w/3$ の区間 AY_1 と区間 Y_1Y_2 (あるいは区間 Y_1Y_2 と区間 Y_2B) から広がった素元波が遠くの点 Q_1 で重なって弱め合えば、残りの幅 $w/3$ の区間から広がった素元波には打ち消し合う相手の素元波がないので、点 Q_1 で生き残り、この位置に明線が生じる。大雑把に言って、幅 $w/3$ の区間から出て点 Q_1 に到達する光波の振幅 (振動電場 E の振幅) の平均値は点 O に到達する光波の平均振幅の $1/3$ になる。残りの $2/3$ は干渉によって打ち消し合って消え去るからである。光の明るさは振幅の 2 乗に比例するので、点 Q_1 での明るさは点 O での明るさの $1/9$ になる。

以上のことから、 $2\theta_1$ が単スリットによって回折光が広がるおおよその角度と見なせるのである。

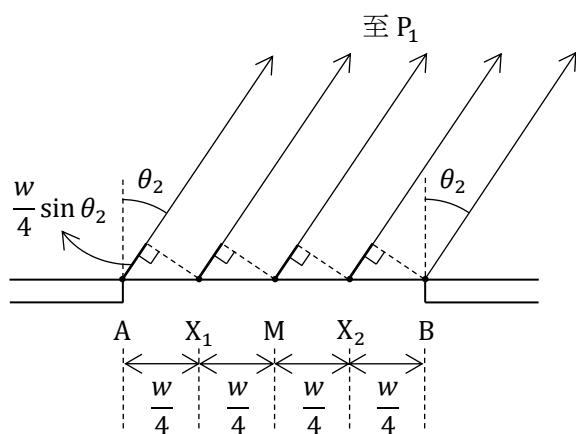


図 6

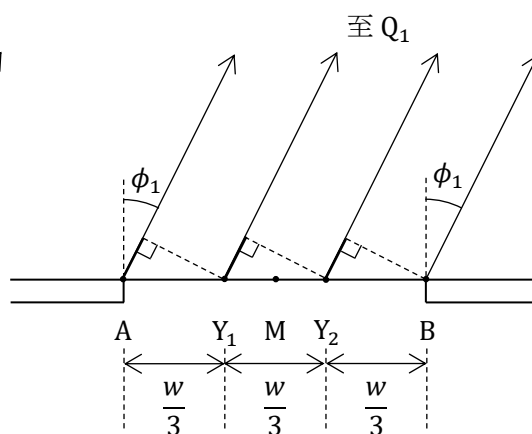


図 7

[余談]

モルフォ蝶の羽根のように、光の干渉・回折に起因する色を構造色という。環境に優しく かつ色あせしないという構造色の特長を生かした着色は、すでに車のボディや化学繊維モルフォテックスに用いられている。この事例のように、生物のさまざまな構造と機能を調査研究し、そこから技術的な問題解決のための着想を得たり、人の生活に役立つ応用技術を開発したりする研究分野を、生物模倣工学 (biomimetics) という。そのような実例としては、ひつつきむし(植物の種)と面状ファスナーのような分かりやすいものから、蚊の吸血器官と痛くない注射針、フクロウの風切り羽根と新幹線の騒音防止パンタグラフ、サメの肌と競泳水着、といったマスコミによく登場するものまで、枚挙にいとまがない。この分野の成果は生物の進化に対する驚きと感動に満ちており、自然に対する畏敬の念を呼び起こす。

他の演習問題へ