

## クントの実験に関してもまだによくわかっていないこと (5)

### ～アンドラーデの実験の要約と未解決問題 II ～

齊藤 全弘

#### §1 はじめに

第1論文に続いてアンドラーデが行った実験(文献1)は包括的で詳細を極める。現在に至るもこれに匹敵する実験はないと思われる。その内容は、(1) 1930年以前のクントの実験に関する理論とその実証実験に対する批判、(2) コルクの粉末が形成するさまざまな縞模様と定常波の振動数・強度(振幅)との関係、(3) 直径2mmの小球を用いた畝の形成過程の観察、(4) 畝の役割をする極細の軽いシリンダーが受ける力とその周りに生じる渦との関係、(5) 目と呼ばれる構造に関する仮説の検証実験、(6) 畝の間隔の精密測定、(7) 不定形な微粒子の自転に起因する音場内での振動を伴う円運動、など多岐に亘っている。

全文を翻訳するとあまりにも長くなり過ぎるので、本稿では、筆者が理解した内容を一部割愛して要約し、写真の代りに図を用いて再構成した。ただし、上記の(1)と(7)は省略し、筆者の憶測も混じえて、未解決のまま残されている問題について述べる。

#### §2 縞模様に関する実験

音響管の底に微粒子をばらまき、管内に定常波を発生させると、管の長さや断面の形および定常波の振動数と強度(振幅)に応じて、さまざまな縞模様が現れる。アンドラーデは実験結果を集約し、次の具体例で縞模様の一般的な特徴を説明している。

音響管の長さは163cm、断面は円でその内径は3.5cm、室温は20.1℃である。微粒子はふるいにかけてコルクの粉末で、顕微鏡で見たコルク粒子の形は千差万別であるが、大きさはほぼそろっている。しかし、どうしても非常に小さいコルク粒子が混じってしまうという。設定可能な振動数は2300Hz～75Hzである。振動数 $f$ を高い方から下げていくと、

$$f = n \times 102.58 \text{ Hz} \quad (n = 22, 21, \dots, 3, 2) \quad (1)$$

の近傍で粉末の畝(Ridges)が現れ、粉末が動かないことから節とわかる部分で区切られた縞模様を形成する(注1)。また、式(1)の $n = 12 \sim 3$ の近傍で $f = f_D$ になると、定常波の腹の位置に一つだけ粉末の膜(Disc: 注2)が管の断面に生じる。さらに、式(1)の $n = 9 \sim 2$ の近傍で $f = f_C$ になると、最初畝を形成していた粉末が時間の経過とともに排除(Clearance)され、節の近傍に集まってくる。これらの結果は、 $f_D$ と $f_C$ の値を含めて、表Iにまとめられている。振動数帯域ごとに詳しく説明すると次のようになる。

表 I ささまざまな模様が現れるときの振動数と共鳴振動数 (単位は Hz)

特徴的な振動数	共鳴振動数	$n$	$102.58 \cdot n$	特徴的な振動数	共鳴振動数	$n$	$102.58 \cdot n$
$f_{RH}$ 2285	2253	22	2257	$f_{RH}$ 1152	1136	11	1128
$f_{RL}$ 2220				$f_D$ 1136			
	$f_{RL}$ 1124						
$f_{RH}$ 2187	2157	21	2154	$f_{RH}$ 1054	1034	10	1026
$f_{RL}$ 2128				$f_D$ 1034			
$f_{RH}$ 2055	2044	20	2052	$f_{RH}$ 943	919	9	923
$f_{RL}$ 2033				$f_D$ 926			
$f_{RH}$ 1948	1937	19	1949	$f_C$ 919			
$f_{RL}$ 1925							
$f_{RH}$ 1850	1840	18	1846	$f_{RH}$ 857 (?)	820	8	821
$f_{RL}$ 1830				$f_D$ 829			
	$f_C$ 820						
$f_{RH}$ 1750	1740	17	1744	$f_{RH}$ 763	719	7	718
$f_{RL}$ 1730				$f_D$ 731			
$f_{RH}$ 1655	1645	16	1641	$f_C$ 719			
$f_{RL}$ 1635				$f_C$ 619			
$f_{RH}$ 1536	1526	15	1539	$f_C$ 619	619	6	615
$f_{RL}$ 1516				$f_D$ 521			
	$f_D$ 512						
$f_{RH}$ 1442	1434	14	1436	$f_C$ 512	512	5	513
$f_{RL}$ 1426				$f_D$ 422			
	$f_C$ 413						
$f_{RH}$ 1344	1334	13	1334	$f_C$ 413	413	4	410
$f_{RL}$ 1324				$f_D$ 325			
	$f_C$ 315						
$f_{RH}$ 1244	1234	12	1231	$f_C$ 315	315	3	308
$f_D$ 1234							
$f_{RL}$ 1218				$f_C$ 200			
				$f_C$ 200	200	2	205

(1) 高音領域 ( $f = 2300 \text{ Hz} \sim 1300 \text{ Hz}$ )

式 (1) の  $n = 22 \sim 13$  の近傍で振動数を変化させると、表 I にある 2 つの接近した振動数  $f_{RH}$  と  $f_{RL}$  のときに、畝が図 1a のようにくっきりとした薄い壁になる (注 3)。この現象で振動数が高い方を R. H. (Ridges High : 高い振動数での畝)、低い方を R. L. (Ridges Low : 低い振動数での畝) とアンドラーデは略記している。この畝を真上から見ると、図 1b のように平行な細い筋 (Striations) に見える。筋の長さは腹で最も長く、節に近づくとつれて短くなり、節の周りには畝のない領域ができる。円筒管を角筒管に替えれば同様の畝が生じるが、真上から見たときの筋の長さはどこでも同じになる。このように節から次の節までの間にはほぼ等間隔で並んでいる畝を一つのグループとする縞模様が管軸方向にいくつもある。

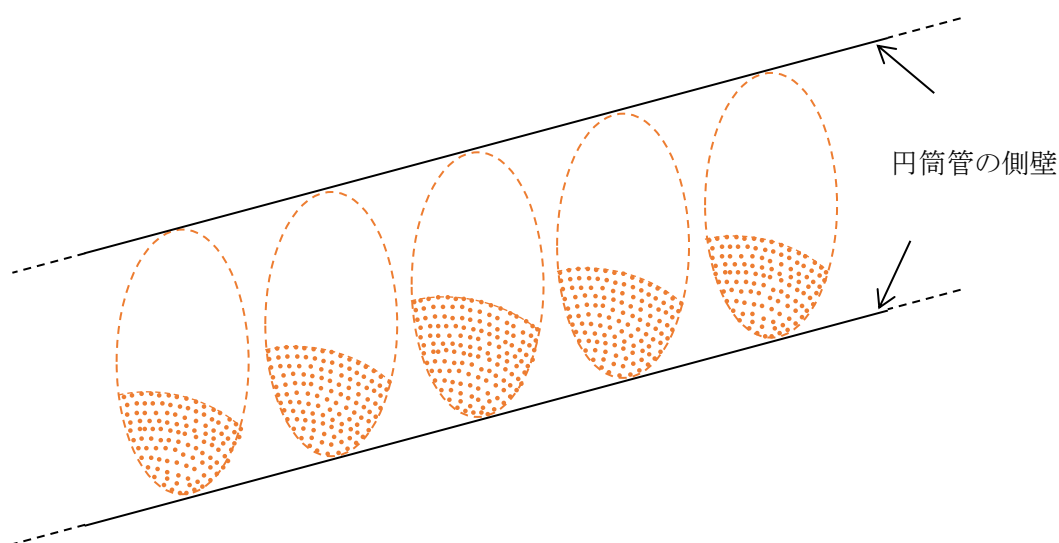


図 1a  $f = f_{RH}$  または  $f_{RL}$  のときに、畝が薄い壁になる。

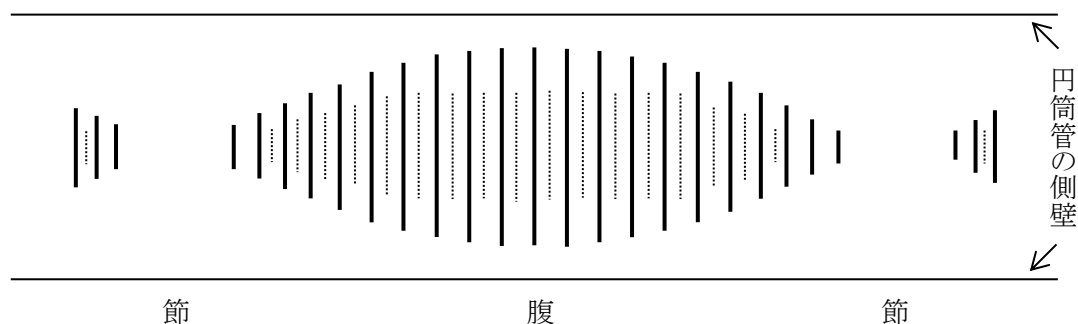


図 1b 実線は真上から見たときの畝で、破線はその中間にできる弱い畝である。管を強くたたくと中間畝は消える。

RH か RL が見られるときに強度を徐々に小さくすると、畝の高さが低くなり、したがって真上から見たときの筋の長さが短くなり、節に近い畝から消えていく。強度を小さくし続けるとやがて畝は崩れ、管の底に粉末の小さな堆積ができる。そして最終的には、音は鳴っているが粉末は静止したままの状態となる。

## (2) 中間領域 ( $f = 1300 \text{ Hz} \sim 700 \text{ Hz}$ )

振動数を  $1300 \text{ Hz}$  から下げていくと、 $f = f_D$  を中心として両側に幅が数  $\text{Hz}$  の狭い帯域内で、腹の位置に図 2 のような円形の膜が現れる。そのとき管の底には畝も見られる。膜が管壁に接するあたりは粉末が多く、輪 (Ring) に見える。膜の下部は粉末が少なく、見えないこともある。この膜は非常に鮮明で、場合によっては厚さが  $1 \text{ mm}$  を大きく下まわる。そのため、膜の間隔を正確に測定することによって、高い精度で音速を求めることが可能となる。

振動数を上記の帯域内に固定して強度を調節すれば、ある強度で膜の鋭さが最大になる。その強度は膜形成に必要な強度の下限值よりわずかに大きい。そこから強度を下げ続けると今度は畝が鮮明になるが、そのときの強度は上記の下限值を下まわるので膜は見えなくなる。

逆に、強度を最大に保って振動数を  $f_D$  から  $10 \text{ Hz} \sim 20 \text{ Hz}$  ほど変化させると、表 I に与えられている  $f_{RH}$  と  $f_{RL}$  のときに鮮明で安定した畝が生じる。

振動数を下げ続けると、これら 3 つの振動数 ( $f_{RH}, f_D, f_{RL}$ ) がセットとなって規則的に現れる。ただし表 I にあるように、RL が見られないこともある。 $f = 870 \text{ Hz}$  の近傍で測定値が正確に定まらないのは、音源の振動板が共振しているからである。

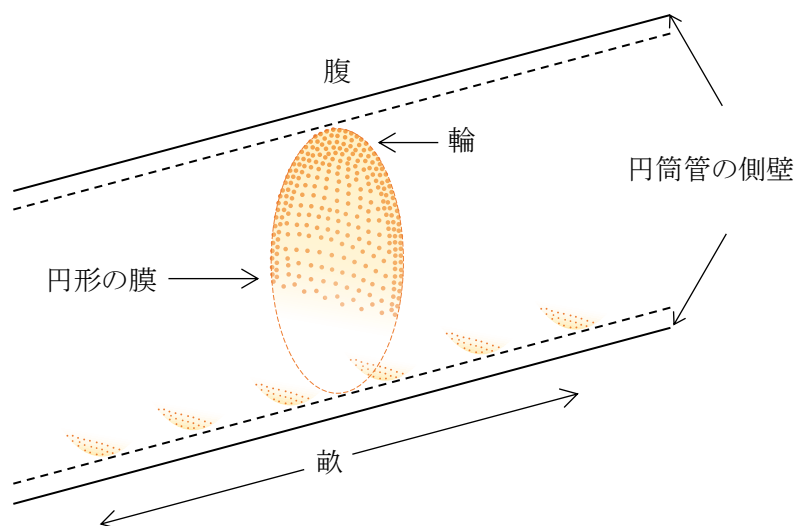


図 2  $f = f_D$  のときに、コルク粉末の膜が腹に生じる。

式(1)で  $n = 9, 8, 7$  の場合, 振動数が  $f_D$  から 10 Hz 程度小さい  $f_C$  になると, 畝が腹から節に向かってゆっくり移動し, 数分後にはすべての粉末が節の近くに集まる。その移動の仕方は奇妙で, 図示すると図3のようになる。各畝の両端で粒子が1つか2つしかないとところから粒子が節側の畝に飛び移り, 腹のところから次つぎと畝が消えていく。最終的には, 節の近傍で空気の振動が弱く, コルク粒子を動かさなくなるぎりぎりの位置に, 粉末が曲がった壁となって堆積する。その模様をクントは穴と呼び, アンドラーデは目と呼んでいる。

強度が非常に大きいときには, これら2つの壁は節のところで1つの分厚い壁となる。

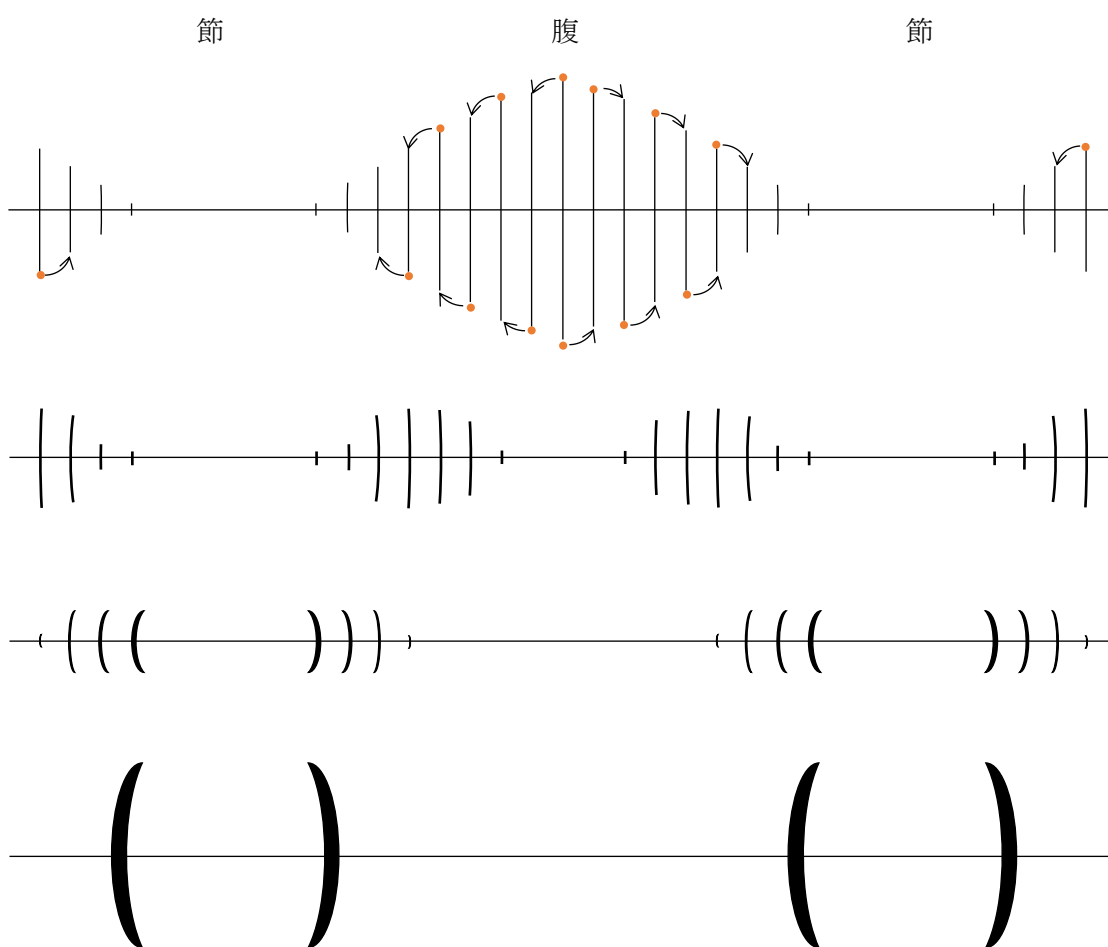


図3 畝が腹から節の方へ移動して目が形成される過程を上から見たときの模式図  
 畝の端にある粒子が飛び移る先は隣接する畝の端とは論文に書かれていないが,  
 図3ではそのように描いた。

### (3) 低音領域 ( $f = 700 \text{ Hz} \sim 75 \text{ Hz}$ )

振動数を  $700 \text{ Hz}$  から下げていくと、中間領域と同様に、 $f = f_D$  のときに、腹に膜が生じるが、その膜は厚く、鮮明ではない。その理由は、アンドラーデによると、空気振動の振幅が大きくなることと、低い振動数のためにコルク粒子が空気振動に引きずられるようになるからである。そのとき畝も同様に分厚くなり、毛羽だつて見えるようになる。たとえば  $f = 120 \text{ Hz}$  のときには、空気中に飛び出したコルク粒子は、空気の変位振幅とほぼ同じ振幅で振動しているように見える。また、畝の高さも腹の近傍では管の直径に近くなる。

膜が生じているときに強度を下げると、畝はかなり鮮明になるが、高音領域でのような鮮明さにはならない。そうなるまえに畝の崩壊が起こる。

振動数を  $f_D$  から少し下げると、中間領域と同様に、畝の移動と目の形成が起こる。しかし、RH と RL は起こらない。

可能な最低振動数  $75 \text{ Hz}$  で強度が大きいときには、腹の近傍に厚さが  $3 \text{ cm}$  ぐらいで管の断面全体に広がる  $5 \sim 6$  個の壁ができ、その両側では管の両端に向かって徐々に高さが低くなる畝が続く。

### (4) 共鳴振動数

表 I の「共鳴振動数」の欄には、高音領域では  $(f_{RH} + f_{RL}) / 2$  の値、中間領域で排除が起こらないときには  $f_D$  の値、起こるときには  $f_C$  の値、低音領域では  $f_C$  の値が記入されている。その理由をアンドラーデは次のように説明している。さまざまな縞模様の出現は定常波の強度に左右され、出現時の強度は大きい方から順に、排除→腹の膜→RH, RL となっている。したがって、空気の振動が最も激しくなるのは、排除が起こる場合には  $f = f_C$  のとき、腹に膜が生じ、排除が起こらない場合には  $f = f_D$  のときであり、RH と RL が起こり、腹に膜が生じない場合には  $f = (f_{RH} + f_{RL}) / 2$  のときの強度は膜を生じさせるには弱すぎるが、RH と RL を起こすときの強度より強いからである。しかし、これらの共鳴振動数で空気の振動が最も激しくなることが、空気の変位振幅を振動数の関数として求めるような実験によって確かめられているわけではない。

さまざまな縞模様がなぜ特定の振動数で現れるのか、そのとき定常波の強さがどのように関わってくるのかについては、何もわかっていない。

表 I はさまざまな縞模様が出現する様子を概観するためのものであり、特徴的な振動数の値は強度によって変わるので、数値そのものに大きな意味はない。表 I では  $f_C < f_D$  となっているが、異なる音響管を用いた実験では  $f_C > f_D$  になることもあるという。 $f = f_C$  で強度が最大であるならば、 $f = f_C$  の両側に  $f_D$  が現れてもよさそうなのに、片側でしか腹に膜が生じる現象が起こらないのは不思議である。

### §3 畝の形成に関する実験

畝の形成過程を目視できるように、アンドラーデはひまわりの髄からカミソリの刃で切り取った直径 2 mm の小球を微粒子として用いた。これらを音響円筒管の底にばらまいて、管内に振動数が 387 Hz で強度最大の定常波を発生させると、小球 2 ~ 3 個分の高さの畝が等間隔に並ぶのが見られた。なぜ等間隔に並ぶのか、その原因を探るために次のような実験をしている。

(1) 管の底に 12 個の小球を管軸に垂直に並べて固定する。そこへ自由に動ける小球を 9 個入れ、固定列のところが腹になるように定常波を発生させると、固定列と平行に 9 個の小球が並ぶ。平行な列の間隔がいくらなのかは記載されていないが、写真では粒子の中心間距離が粒子 3 ~ 4 個分に見える。並ぶ位置は安定な位置であることが次の実験からわかる。

(i) 最初自由に動ける小球を固定列に接する位置に置き、そのあと振動を開始すると、自由な小球は固定列から斥力を受けて動き出し、安定な位置で並ぶ。

(ii) 最初の位置が安定な位置より少しだけ遠い位置である場合には、振動が始まると固定列から引力を受けて動き出し、安定な位置で並ぶ。

(2) 固定列のところに自由な小球を集めて壁を作り、定常波を発生させた状態で音響管を管軸のまわりに回転させると、自由な小球は固定列に接触したまま管の天井までついてくる。このときまたまた底にあった小球は、天井からぶら下がっている壁と同じ鉛直面内で底に壁を作る。振動を止めると天井の壁から自由な小球が落下する。

この現象が腹に生じる膜の形成に関係づけられることは明らかであろう。

### §4 障害物にはたらく力に関する実験

アンドラーデは、二つの障害物が音場を介しておよぼし合う力を調べるために、図 4 のような装置で実験を行った。障害物として採用したのは、象牙製の長さ 3.1 cm、直径 1.5 mm、質量 23 mg の中空小円筒である。一つの小円筒は [前稿](#) の図 2 に描かれている角筒管の中央に固定されている。焼きなました白金線 (直径 8  $\mu\text{m}$ 、長さ 11 cm) で釣り下げられた変形しない腕 AB の一端 A にもう一つの小円筒が、他端 B に小さな釣り合いおもりが固定されている。白金線の上端は図のようなガラス管の上部に取り付けられた回転器具に固定されている。この器具を回転させたり、ガラス管全体を角筒管の管軸方向に移動させたりすることによって、音場がないときの小円筒の平衡位置を変えることができる。角筒管に 512 Hz の定常波を発生させ、その腹が二つの小円筒の位置にくるように、音響管の長さを調整する。小円筒のまわりに発生する渦が見えるように、タバコの煙を角筒管に入れる。

(1) 最初の実験では、音場がないときに固定小円筒と腕 AB が、図 5 のように上から見て、角筒管の管軸方向 ( $x$  軸方向) に並ぶようにしておく。

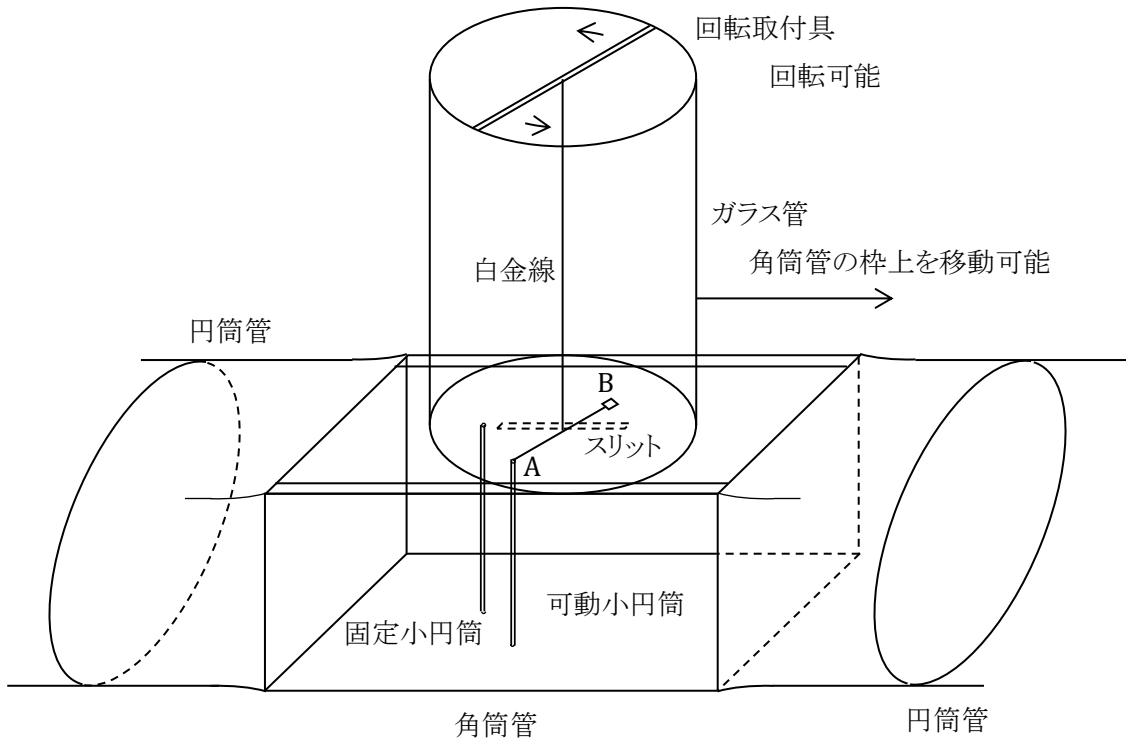


図 4 障害物にはたらく力を観察するための装置

この模式図は、論文の説明文をもとにして筆者が描いたものである。

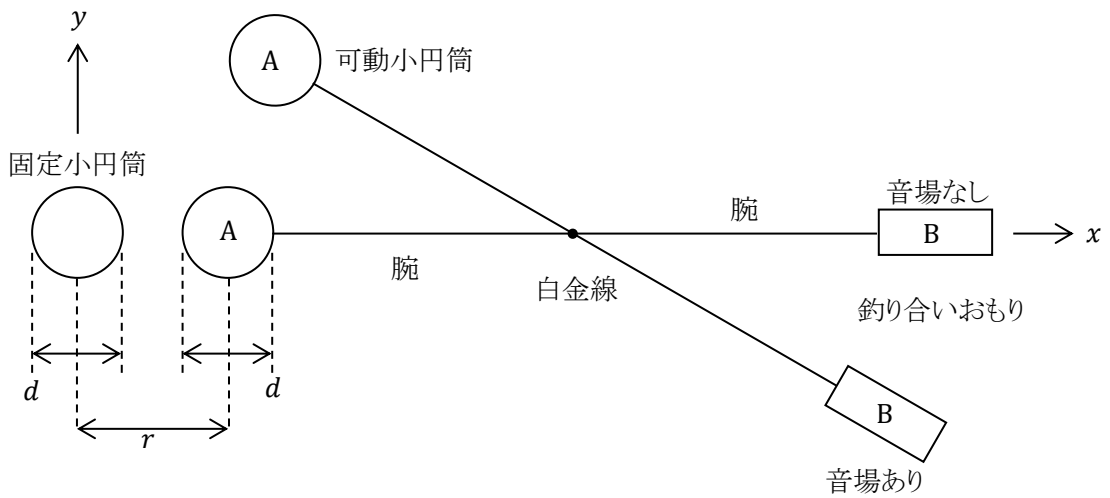


図 5 音響管内の 2 つの小円筒を真上から見た図



この位置は不安定な静止位置である。管内に定常波を発生させ、小円筒の周りに渦が生じるほどの強さにすると、渦が発生した瞬間、二つの小円筒の中心間距離  $r$  が小円筒の直径  $d$  の約 2 倍より小さいときには、小円筒間に引力が、2 倍より大きいときには斥力がはたらき、可動小円筒が少し傾く、と同時に偶発的な擾乱のために横方向 ( $y$  軸方向) に動き出し、腕 AB が回転し始める。その結果、白金線にねじれの応力が生じ、それと可動小円筒にはたらく斥力によるモーメントが釣り合ったところで、腕 AB は静止する。腕 AB の回転角は定常波の強度が大きいほど大きい。

静止したとき小円筒間の距離が小さければ、両者に共通な 4 つの大きな渦が生じ、距離が大きければ、それぞれの周りにはっきりした 4 つの渦が生じる。

最初の中心間距離  $r$  を大きくしていくと、やがて図 6 のように二つの小円筒の周りに生じる渦がちょうど接するようになる。このとき横方向への顕著な不安定性は見られなくなり、可動小円筒は最初の静止位置に留まる。このときの  $r$  を  $r_{Cx}$  とする。 $2d \leq r < r_{Cx}$  の場合には、前述のように可動小円筒は斥力を受け、腕 AB が回転する。 $r > r_{Cx}$  の場合には、可動小円筒は引力を受けて  $r = r_{Cx}$  に戻ろうとする運動が認められるが、横方向への不安定性はない。

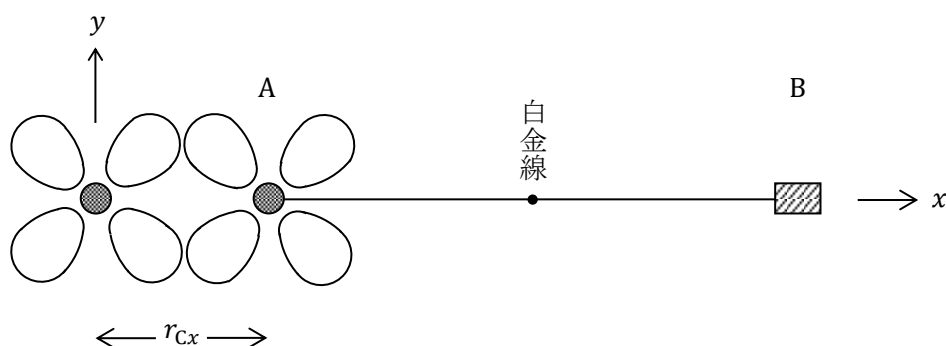


図 6 二つの小円筒が  $x$  軸上に並んだときの釣り合いの位置

(2) 次の実験では図 7 のように、二つの小円筒を  $y$  軸方向に並べた場合を扱う。図 7a は固定小円筒だけが存在するときの渦である。このときの渦の  $y$  方向の大きさの半分を  $r_{Cy}$  とする。図 7b のように、最初腕 AB を  $x$  軸と平行にして  $r < r_{Cy}$  とした場合、すなわち、可動小円筒が図 7a の渦の内側にある場合には、渦が生じると固定小円筒から引力を受けて、固定小円筒に接近した位置で静止し、二つの小円筒に共通な 4 つの大きな渦ができる。ところが図 7c のように  $r > r_{Cy}$  の場合には、斥力を受けて二つの渦がちょうど接触する位置まで遠ざかる。このとき、白金線のねじれによる応力のために、接している二つの渦は少し歪む。

(3) 中心間距離  $r$  が、 $x$  軸上では約  $2d$  より小さいとき、 $y$  軸上では  $r_{Cy}$  ( $r_{Cy} > 2d$ ) より小さいとき、二つの小円筒の間に引力がはたらく。もし可動小円筒が腕 AB に固定されずに自由に動くことができるならば、 $x$  軸上と  $y$  軸上に限らず  $r$  が小さければ、自由な小円筒は固定小円筒に近づくと同時に、その周りを回り込んで接触し、 $y$  軸上に並ぶであろうとアンドラーデは推測している。

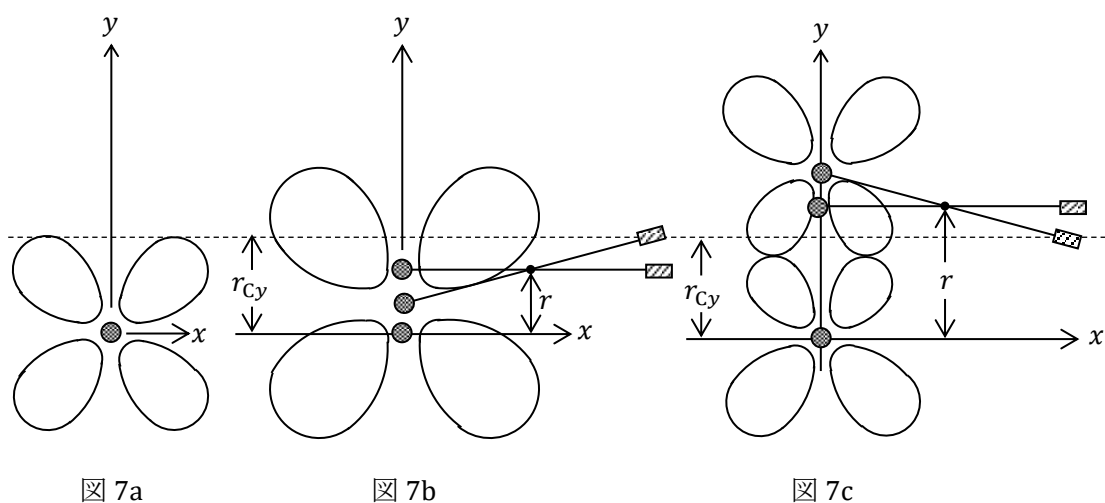


図 7 二つの小円筒が  $y$  軸上に並んだときの釣り合いの位置

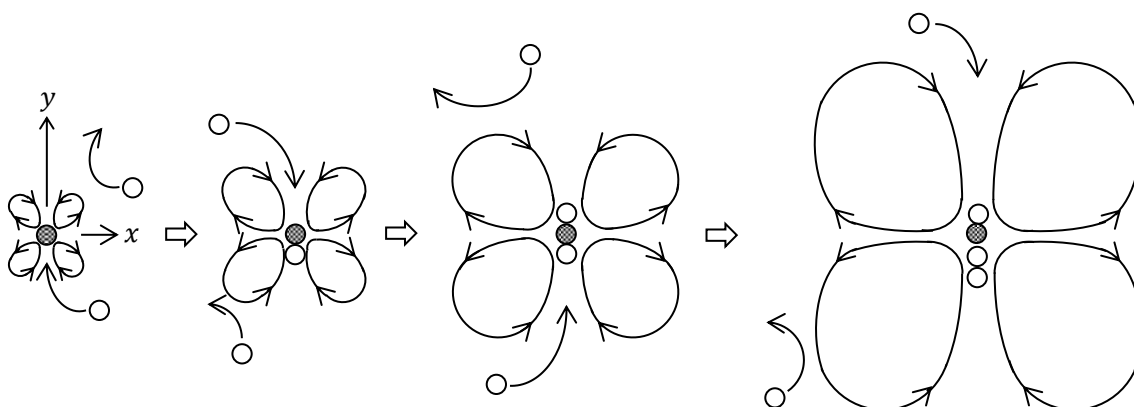


図 8  $x$  軸方向に定常波による空気振動があるとき、自由に動ける小円筒が原点にある固定小円筒に  $y$  軸に近い方向から近づいてきて、 $y$  軸上に並び、壁を形成する。(筆者の想像図)

これを実験で確認することは困難であるが、もし正しいとすると、図 8 のようにたまたま接近してきた小円筒が次つぎと  $y$  軸上に並んで壁状の構造を作り、その周りには図のような渦ができるであろう。これは筆者の憶測である。

これを理論的に証明するのは大変である。無限に広がった圧縮性粘性流体中の  $x$  軸方向に音波の定常波があり、 $z$  方向に伸びた無限長の剛体棒 2 本が位置  $(x_1, y_1)$ ,  $(x_2, y_2)$  にあるとき、流体が棒に及ぼす単位長さあたりの力を求めればよいのだが、そのためには棒の表面での流速が 0 となる境界条件のもとに、ナビエ・ストークス方程式を解かねばならない。その解から棒の表面での応力を求め、それを全表面で積分するのである。各棒が速度  $(v_{1x}, v_{1y})$ ,  $(v_{2x}, v_{2y})$  で動いているときにはもっと大変である。ある瞬間における力がわかれば、運動方程式より微小時間経ったときの 2 本の棒の位置と速度がわかる。それを繰り返すのである。棒の数が 3 本、4 本、…と増えていったときのことを想像するだけでめまいがする。なにか巧妙な近似の仕方があるのだろうか。

(4) 最後に、畝が並ぶ条件を探るために次のような実験をしている。

畝に見たてた直径 3.17 mm の丸棒 2 本を 1.5 cm 離して角筒管の側壁に固定する。棒の方向は管軸に垂直である。振動数を設定し、音響管の長さを調節して共鳴を起こさせる。その腹が 2 本の棒の中央にくるようにすると、棒の周りに渦が生じる。振動数を変えて同じ操作を繰り返すと、図 9 のようになる。

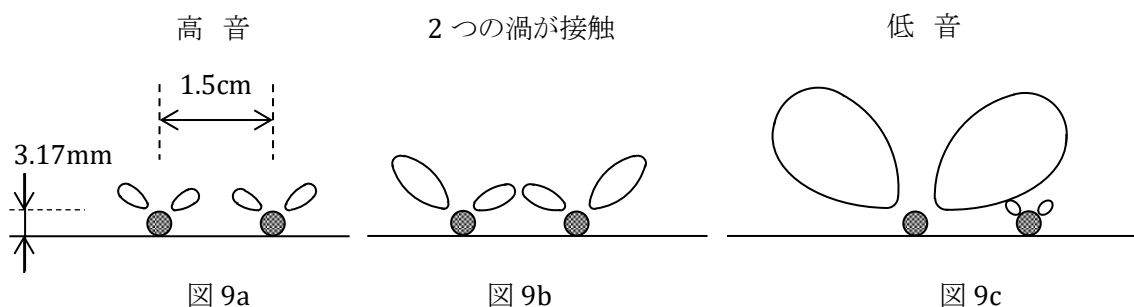


図 9 角筒管の側壁に固定された 2 本の丸棒の周りに生じる渦

振動数が大きいときには、図 9a のように棒の間にある 2 つの渦は離れているが、振動数を下げると渦が大きくなり、ある振動数のときに 2 つの渦が接するようになる。さらに振動数を下げると、一方の渦が他方の渦を押しつけてしまい、左右非対称となる。どちらの渦が大きくなるかは偶然による。

振動数を固定して強度を大きくしても同じことが起こる。

この章の (1) で述べた実験 (図 6) から、図 9b のときに 2 本の棒にはたらく力は 0 となることが推測できる。それを確かめるために、図 9 の左側の棒を直径 1.67 mm の丸棒に、右側の棒を図 4 の可動小円筒 (直径 1.5 mm) ) に取り替える。平衡状態で腕 AB は側壁に対して垂直になるようにしておく。上記のように共鳴を起こさせると、高音あるいは低音のときには可動小円筒は図 10a, 10c の矢印の向きに力を受けて動き出すが、2 つの渦が接するときには平衡位置に静止したまま動かない (注 4)。

この実験結果が理論的に解明されているのかどうか、筆者は知らない。

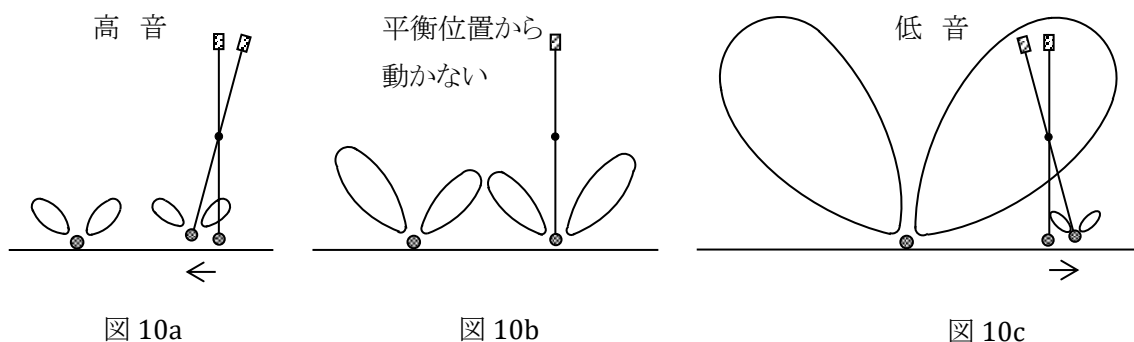


図 10 側壁上に固定された丸棒から可動小円筒が受ける力とその静止位置

## §5 目の形成に関する実験

空気振動が激しく、畝が排除されるとき、コルク粒子は腹から節に向かって移動し、節の近傍に堆積して目の壁を形成する。アンドラーデによれば、このときコルク粒子を運ぶのは循環流である。円筒管の内面に粘着している粘性境界層の外側では、境界層に近いほど循環流は速く、内面の近傍では腹から節に向かって流れる（[前稿](#)，18頁，式(43)）。一方、畝の高さは畝の両端に向かって低くなり、両端で粒子1個の高さとなる。個々の畝が一つにまとまっているのは、それを形成している粒子の間に引力がはたらいっているからで、その引力は粒子の周りの渦が小さいほど小さいとすれば、第2章で述べたコルク粒子の移動の様子がうまく説明できる。渦の大きさは障害物が小さいほど小さいので、畝の両端にある粒子が最もはがれやすい。また、そこでの循環流が最も速いので、畝の両端の粒子から引きはがされていくことになる。

両端の粒子を引きはがせなくなるほどに循環流の勢いが弱くなったところに、目の壁ができると考えられる。ある位置での循環流の速さはそこでの空気振動の振幅に比例するので、目の壁における空気の変位振幅は、目の大きさによらず同じになっているであろう（[図11](#)参照）。実際、定常波の強度を小さくすれば、目の大きさが大きくなることから、実験によって確かめられている。

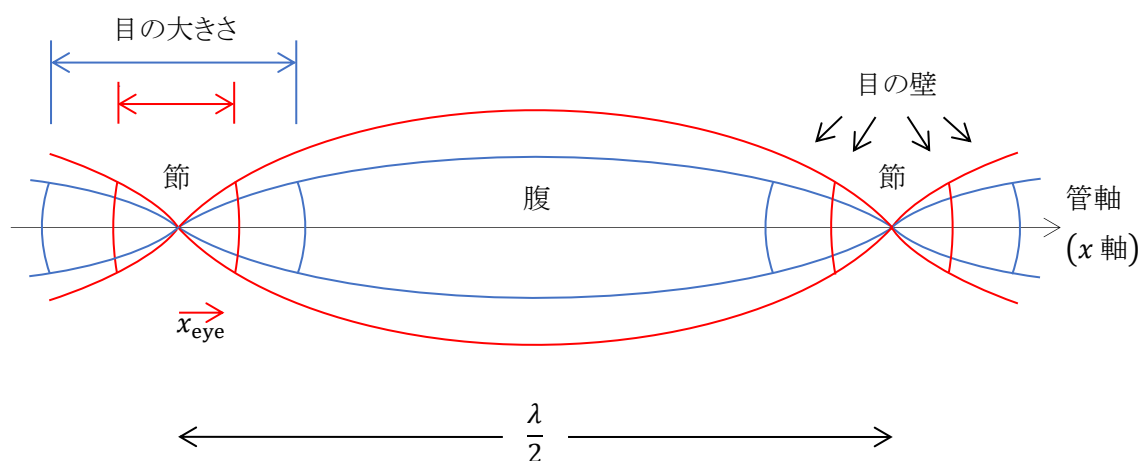


図 11 定常波の節近傍に形成される目の壁を真上から見た模式図に定常波の変位振幅のグラフを重ね合わせた図。赤は強い定常波の場合で、青は弱い定常波の場合。振幅の単位を適当に拡大して描いてある。

目の壁における空気の変位振幅が定常波の強度によらず一定の値をとることを示すためには、第1論文の実験のように、タバコの煙を入れてその変位振幅を測定すればよいと思うのだが、円筒管の場合にはそれができないらしい。そこで次のようなまわりくどい方法で測定している。

まず、ある強度のときに節（目の中心）から壁までの距離  $x_{eye}$  を測る。つぎに、コルク粒子のなかでも特に微小なものに着目して、その変位振幅を腹の位置で顕微鏡を用いて測る。壁の位置では小さすぎて適当な精度で測ることができないからである。その測定値の最小値を  $a_0$ （コルク）と

すると、腹での空気の変位振幅  $a_0$  (空気) は、[前稿](#) の式 (2) を用いて計算できる。そのときに必要となるコルク微粒子の半径  $R$  は、空気振動を止めたあとに、空気中にただよう雲状のコルク粉末の落下速度から推定する。最後に、壁の位置における空気の変位振幅  $a_{eye}$  (空気) を、定常波の振幅が三角関数に従うとして、

$$a_{eye} (\text{空気}) = a_0 (\text{空気}) \times \sin\left(2\pi \frac{x_{eye}}{\lambda}\right) \quad (2)$$

から求める。振動数が 840Hz で、波長  $\lambda$  が 40.2cm のとき、5 つの異なる強度で測定した値から求めた  $a_{eye}$  (空気) の値が表 II に与えられている。

表II 目の壁の位置における空気の変位振幅

$x_{eye} / \text{cm}$	1.02	1.52	2.35	4.37	5.75
$a_{eye} (\text{空気}) / \mu\text{m}$	26	28.5	36	34	27

(注) 原論文では振幅の 2 倍の値を与えている。実際に測定されるのは振幅の 2 倍だからであるが、本稿ではその半分の値にした。なお、アンドラーデは 40.2cm を節の間隔と書いているが、波長の間違いである。

定常波の強度を小さくすると目の大きさが 5.6 倍にもなるのに、目の壁における空気の変位振幅は平均値が  $(30.3 \pm 4.0) \mu\text{m}$  で、ばらつきはさほど大きくない。

以上の検証実験を補強するために、次のような実験も行っている。まず、目の壁に堆積しているコルク粒子を取り出し、顕微鏡でその大きさを測定する、その平均値は  $82 \mu\text{m}$  である。これらの粒子が一行に並んで作った畝と  $d = 81 \mu\text{m}$  の金糸が、渦の発生に関して同じはたらきをすると仮定する。

この金糸を第 1 論文に出てきた角筒管の側壁に固定し、定常波の腹を金糸の位置に移動させる。そのときに生じる渦をタバコの煙を用いて観察する。定常波の強度を変化させて渦が発生し始めたときに、腹でのタバコ粒子の変位振幅を測定する。これはほぼ空気の変位振幅に等しい。二人の測定者による値は  $39 \mu\text{m}$  と  $34 \mu\text{m}$  で、その平均値は  $36.5 \mu\text{m}$  である。

これら二つの実験はさまざまな誤差を伴うので、二つの平均値  $30.3 \mu\text{m}$  と  $36.5 \mu\text{m}$  の差は誤差の範囲内と見なせるならば、目の形成に関するアンドラーデの考え方は受け入れられそうに思える。

しかしながら以上の論法で一番重要な点、すなわち、畝の両端にある渦をまとった粒子に循環流がどのように作用して粒子を引きはがし、循環流に乗せて運ぶのか、また、渦をまとった粒子が渦で覆われた畝に衝突するとき、どのような相互作用によって捕獲されるのかが皆目わからない。

## § 6 畝の間隔の測定実験

畝の間隔がどのような規則性をもつのかを調べるために、次のような実験をしている。

用いた音響管は長さが 154 cm、断面が 3.5 cm × 3.5 cm の真鍮製の角筒管で、中央付近の天井と床に長さ 46 cm のガラス窓がつけられている。静電気の影響があるかもしれないので、その内面を銀メッキして磨き上げ、接地する。しかし結果的には静電気の影響はなかったようである。微粒子はヤシろうで作られた直径 0.29 mm の小球で、その比重は 1 に近い。小球の製法と粒のそろえ方について詳しく書かれているが省略する。角筒管にしたのは、円筒管では畝の長さが節に近くと短くなって微粒子の量も少なくなり、間隔の測定がしにくくなるからである。

微粒子がヤシろうの場合、節の近くでも同じ長さのきれいな畝ができるのだが、コルクの場合と比べれば、畝がなかなか直線にならない。これはヤシろうの方がガラス面との間の摩擦が小さく、コルク粒子のようにたがいに絡み合ったりすることもないからである。それでも部分的に直線の平行線がつづくところがあるので、そこで畝の間隔を測る。その測定値から隣り合う 5 間隔 (もう一人の測定者は 4 間隔) の移動平均値  $s$  を求め、それを腹からの距離  $x$  の関数として表せば、どちらの測定者の結果も次の式を満たすことがわかった。

$$s = 0.422\text{cm} \times \left( \cos \frac{\pi x}{x_0} \right)^{0.44} \quad (3)$$

ただし、振動数は 720 Hz で、 $x_0$  は腹の間隔  $\lambda/2$  である。式 (3) の物理的意味は不明であるが、理論的考察をする場合には、少なくとも腹に近いほど間隔が大きくなることを説明しなければならぬ。これもまだ解決していないようである。

式 (3) はある強さの定常波の場合に成り立つ。強さを変えたときの実験はされていない。

## § 7 縞模様の形成過程に関するまとめ

以下の文章には、筆者の憶測が多く含まれていることを断わっておく。

### (1) 畝の形成

音響管の底に多数の小球がばらまかれているとき、§ 4 の (3) で述べた棒の整列に関する憶測が小球に対しても当てはまるとすれば、図 12a のように、小球は  $x$  方向の空気振動に垂直な  $y$  方向に並んで畝を形成し、その周りには図 12b のような渦が生じるであろう。

最初偶然二つの小球が出合って  $y$  方向に並んで接触すると、それが種となって次つぎと小球を引き込み、畝が  $y$  方向に成長していく。 $x$  方向から近づいて接触するより、 $y$  方向から近づく方が接触しやすいからである。このことは、一つの小球の表面近傍で粘性境界層の外側に、図 12c のような空気の流れ (渦の一部) があることを思い浮かべればわかりやすい。ただしこの図は模式図であって、正確なものではない (注 5)。

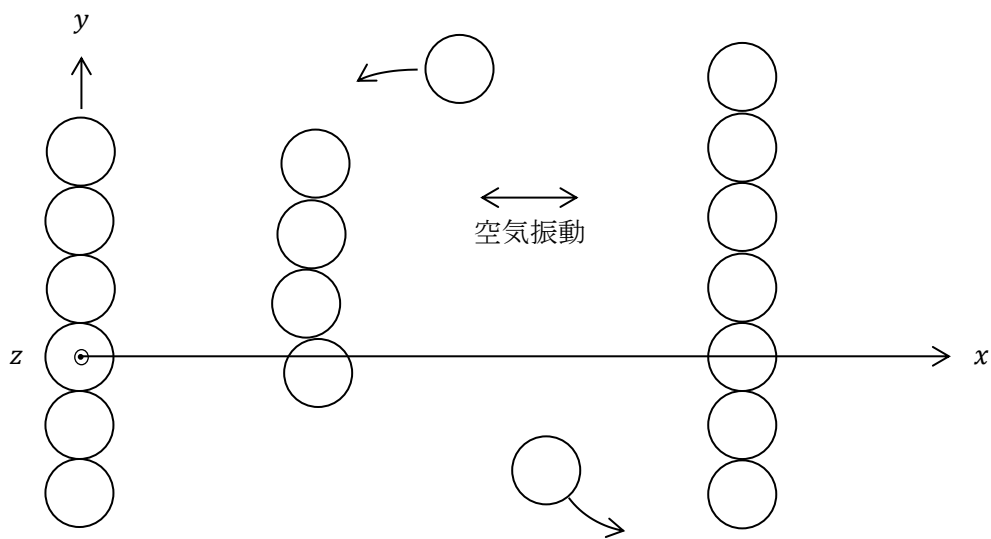


図 12a 小球間の引力によって  $y$  方向に小球が並び、畝を形成する。

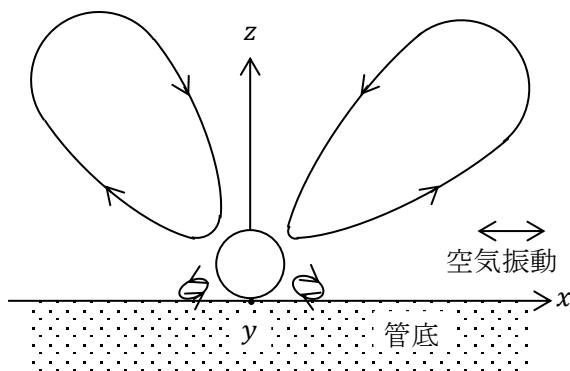


図 12b 小球から成る畝の周りの渦  
管底と畝にはさまれた小さな渦は  
アンドラーデの実験で確認されて  
いる。

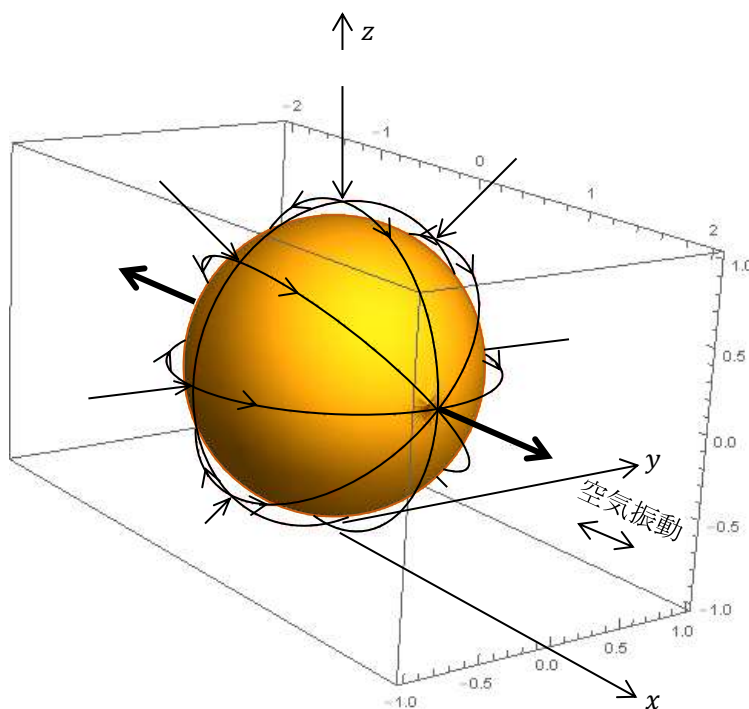


図 12c 管の底に置かれた  
小球の表面近傍に見ら  
れる渦の流れの模式図  
矢印が長いほど空気の  
流れが速く、矢印が太い  
ところでは流線が重なっ  
ている。

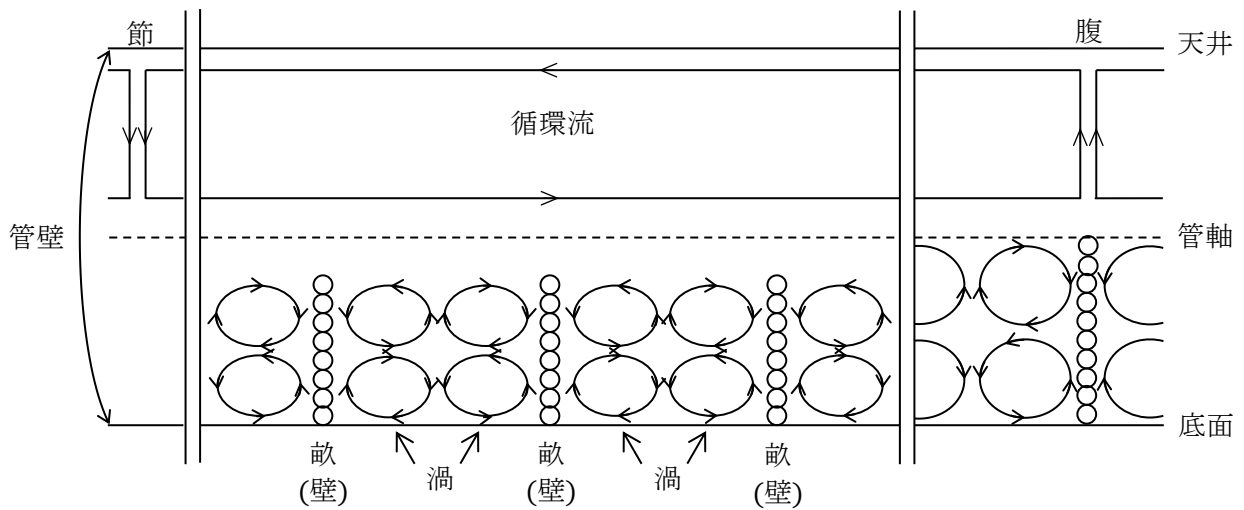


図 13 音響管内に粒子の壁が形成されたときの渦と循環流の想像図

このようにしていくつもの畝が不規則に管の底面にできると、今度は畝同士で力をおよぼし合い、§4の(4)で述べた安定な釣り合いの位置に落ち着く。その結果ほぼ等間隔の畝が形成される。

二つの小球の間にはたらく引力に比べて重力が小さければ、小球が $z$ 方向に並んで、塔のようになることも考えられる。あるいはすでに畝ができておれば、畝の上に小球が乗って壁を形成することもあるにちがいない。

どのような順序でどのような構造ができ上がっていくのかは、障害物の間にはたらく力と渦の関係、および渦の大きさ・強さと音響管・障害物・定常波の振動数と振幅の関係が定量的に解明されない限りわからない。

高い壁が形成されると、たとえば図13のような場合、音響管の上部には腹と節の間を循環する流れがあるのかもしれないが、下部では壁の間の渦が循環流になってしまう。このようになると、渦と循環流の区別がなくなる(注6)。

このような壁の間に微粒子が漂っておれば、循環流によって運ばれ、畝と畝の中間点に堆積すれば、弱い中間畝が形成されるし、畝の足下に堆積すれば、畝は厚くなる。空気振動が激しいほど渦や循環流は大きくかつ強くなり、その結果、より多くの粒子を運ぶことができるようになるので、腹に近いほど畝は太くなり、畝の間隔は大きくなる。

という具合にすべてうまく説明できそうなのだが、肝心要のこと、前に書いたことの繰り返しになるが、渦をまとった粒子と渦や循環流との相互作用については、ほとんどなにもわかっていないのである。

## (2) 畝の曲がり

音響円筒管内の粉末が多くなると、真上から見た畝は節側が凹に、腹側が凸になるように曲がる。排除が起こるときの畝や目の壁にそれが顕著に見られる。粉末を封入していない口径3.5 cmの音響円筒管の場合、内面からの距離が0.58 cmのところ循環流の向きが変わる。内面に近い方の



領域では腹から節の向きに、管軸側の領域では節から腹の向きに流れる。一方、粉末を封入した管では、畝の両端に近いところでは、畝の高さは 0.58 cm より低いから、そこでの循環流は腹から節の向きに流れる。そして畝の中央で高さが 0.58cm を越えると、畝の中央上部では循環流が節から腹の向きに流れる。畝の内部では粒子がバラバラにならないように力をおよぼし合っているので、畝は上記のように曲がる。

実際の循環流の向きが、大雑把に言って上記のようなものであれば、この説明は定性的には正しいように思える。しかしながら、第 1 論文に記述されているように、音響管にたまたま小さなゴミが一つ紛れ込んで、循環流が大きく乱されてしまうのであるから、無視できないような大きさの畝がある場合に、循環流がどのように流れるのかを詳しく調べる必要がある。

### (3) 膜の形成

粒子にはたらく重力が小さい場合には、音響管の底面に生じる畝と同様にして、天井にも畝が形成される。個々の粒子が天井にへばりついて落下しないのは、粒子の周りの渦の流れ ( 図 12c を逆さまにしたもの ) の非対称性に起因する鉛直上向きの力が重力より大きいからである。この畝の下に粒子が次々と引き寄せられ、天井から垂れ下がる壁となる。天井畝の両端にある粒子は、重力の影響もあって、循環流によって引きはがされやすい。はがされると節の方へ運ばれるが、節の近傍では渦が弱くなっているうえに重力がはたらくので、粒子は天井に「堆積」することができない。そのため粒子は管軸近傍を通る循環流に乗って腹へ運ばれる。垂れ下がる壁の中央下部にある粒子も重力のためにはがれやすく、節から腹の向きの循環流によって腹へ運ばれる。

腹の断面には両側の循環流によって粒子が供給されつづけるので、膜は維持されるが、それ以外の天井畝と垂れ下がる壁を形成している粒子は、時間が経てばいずれすべてはぎ取られ、腹の膜だけが残る。

音響管の下部では、底面に畝が維持されるので、膜への粒子の供給が少なく、膜の下部は薄くなり、場合によっては見えなくなる。

文献1 Andrade.E.N.da C. : On the groupings and general behaviour of solid particles under the influence of air vibrations in tubes, Philos. Trans. Roy. Soc. Lond. A134(1932) , pp.413－445

注1 基本振動数 ( $n = 1$ ) の近傍でどのようなことが起こっているのかについては、なにも書かれていない。

注2 「円盤」と訳すと硬い円板のイメージが浮かぶので「膜」と訳した。「円(形)膜」としなかったのは、角筒管の場合には、「角(形)膜」と言い直さなければならないからである。

注3 [前稿](#) の文献1の144頁では、この部分を「1個の縞は粒子1個の厚さで立ち上がっている」と説明しているが、アンドラーデの英文は「粉末の壁は非常に鋭いが、粒子1個分の厚さというほどではない」というように読み取れる。

注4 [前稿](#) の文献1の144頁に、

「管底面上に、少し離れて置かれた2個の球まわりの流れをタバコの煙で可視化した。」

とあるが、アンドラーデはこのような実験をしていない。つづいて、

「管壁のため1個の球の底面より上方に2個の渦が存在が示された。更に2個の球側に、2個の渦が互いの回転領域を保ちつつ存在することを図示し、縞模様形成の原因を、粒子まわりの渦であるとした。」

とあるが、この文中の「球」は「シリンダー」、「底面より上方に」は「側面より内側に」、「図示し」は「写真で示し」である。

注5 アンドラーデによると、二つの小円筒の間にはたらく力の実験と同様の実験を、1902年にクック(S.R.Cook: Phil. Mag., vol3, p471)が、封蝋で作られた直径0.2 mmの小球に対して行っており、次のような結果を得ている、という。

$x$  軸(空気振動の方向)上では、固定小球と可動小球の間に、一般的には斥力がはたらくが、 $r \leq 1.5d$  になるように近づけると引力がはたらく。その結果、可動小球は固定小球に近づきながら固定小球の周りを回り込んで、 $y$  軸上で二球が並ぶ。最初二球が  $y$  軸上にある場合には、 $r \leq 1.5d$  のときに引力がはたらくが、そのまま近づくと斥力がはたらくという。この点がアンドラーデの結果と食い違うが、斥力の大きさが小球の材質によって異なるのは、流体力学の観点からはおかしいので、静電気力がはたらいっているのではないかと、アンドラーデは述べている。

注6 粒子から成る壁の間に図13のような渦(=循環流)が実際に生じていることを、筆者は2015年ごろネット上で初めて知った(熊本県立熊本工業高等学校物理部: 気柱共鳴管の中の粒子がつくる構造について)。丹念に探せば、同様の実験結果は他にも見つかるかもしれない。

「熱中物理」に掲載されている論文の要約は [こちらへ](#)