

センター試験も間違える光電管の問題 (後篇)

～ミリカンは光電効果に関してどのような実験をしたのか～

齊藤全弘

§1 仮説と実験結果

光量子仮説を認めれば、振動数 ν の単色光を光電管に照射し、エミッターとコレクターの間に阻止電圧 V_0 をかけたとき、光電子の最大運動エネルギーを $\frac{1}{2} m v_{\max}^2$ 、エミッターとコレクターの仕事関数を W_E, W_C 、プランク定数を h 、電気素量を e として、

$$\frac{1}{2} m v_{\max}^2 = h\nu - W_E \quad (1)$$

$$eV_0 = h\nu - W_C \quad (2)$$

が成り立つ(前篇)の図(i)参照。式(2)を書き換えれば、

$$e(V_0 + K_{CE}) = h(\nu - \nu_E) \quad (3)$$

$$K_{CE} = (W_C - W_E)/e \quad (4)$$

$$\nu_E = W_E/h \quad (5)$$

となる。 K_{CE} はコレクター・エミッター間の接触電位差で、 ν_E はエミッターの限界振動数である。コレクターとエミッターが同じ金属である場合には、アインシュタインの式

$$eV_0 = h\nu - W_E \quad (6)$$

が成り立つが、異なる金属である場合には、式(3)が示すように両者の間の接触電位差を考慮しなければならない。このことを最初に指摘したのはミリカン(文献 1)によると、O.W.Richardson and K.T.Compton(Philos.Mag.24,575-594,1912)であるらしい。ミリカンは実験によって式(3)が測定誤差の範囲内で成り立つことを示し、 h/e の値を求めたのである(文献 2, 3)。

照射する光の振動数を変えずにエミッターを金属 a から金属 b に取り替えると、式(3)より、

$$e(V_{0a} + K_{CEa}) = h(\nu - \nu_{Ea}) \quad (7)$$

$$e(V_{0b} + K_{CEb}) = h(\nu - \nu_{Eb}) \quad (8)$$

が成り立ち、(7) - (8)より、

$$K_{CEa} - K_{CEb} = \frac{h}{e} (\nu_{Eb} - \nu_{Ea}) + (V_{0b} - V_{0a}) \quad (9)$$

を得る(注 1)。このときコレクターを変えないとすると、式(4)より左辺は金属 b と金属 a の間の接触電位差 K_{ba} となり、式(2)より $V_{0b} = V_{0a}$ となるので、式(9)は

$$K_{ba} = \frac{h}{e} (\nu_{Eb} - \nu_{Ea}) \quad (10)$$

と書き換えられる。このようなまわりくどいことをしなくても、式(4)、(5)から式(10)を直接導くことができる。すなわち、この式は接触電位差の定義式なのである。ところが、実験の測定値は式(10)を満たす場合もあれば満たさない場合もある、すなわち $V_{0b} = V_{0a}$ となる場合もあれば $V_{0b} \neq V_{0a}$ となる場合もあるとミリカンは主張する。そして式(10)が満たされているときこれを本来の接触起電力と名付け、式(9)が満たされているとき右辺の第 2 項を疑似接触起電力と名付けた(文献 1)。これについては疑わしい点がある。その理由を第 4 節で述べる。

§2 実験装置

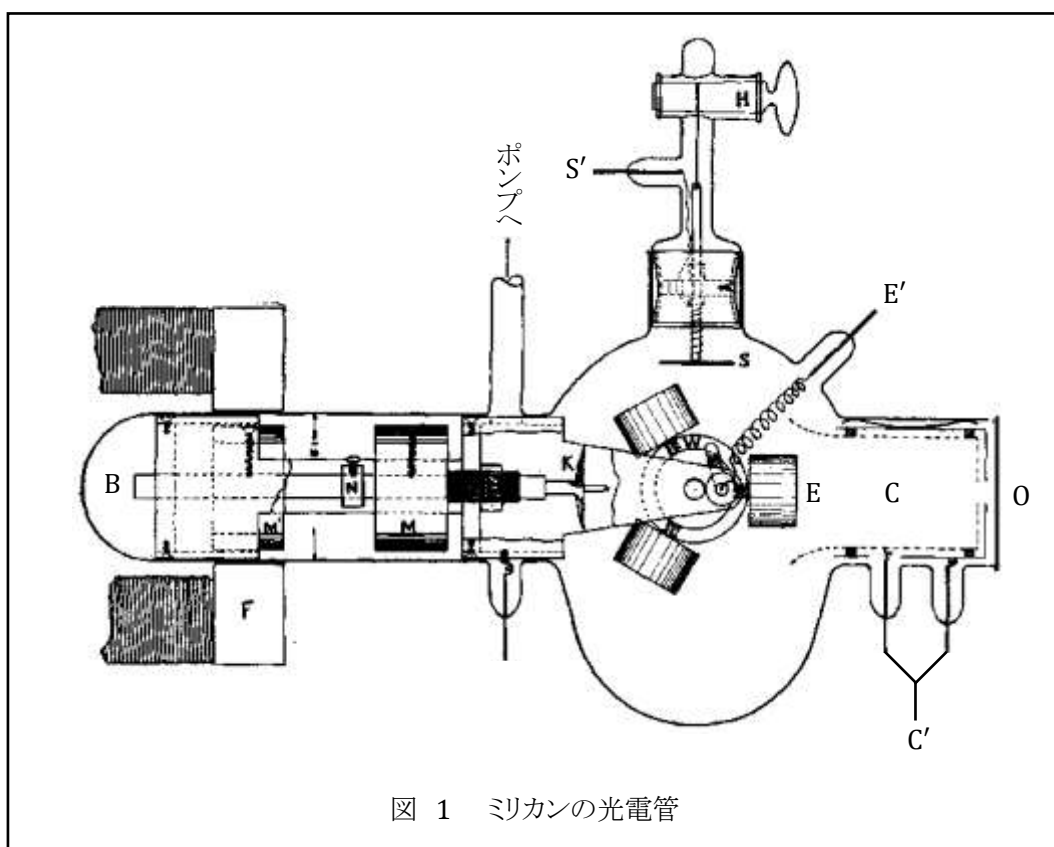


図 1 ミリカンの光電管

図 1 はミリカンの用いた光電管の鉛直断面図である(文献 3)。エミッターに採用されたアルカリ金属の Na, Li, K で作られた 3 つの円筒形の鋳物を円環 W に等間隔で固定する。円環は外部にある電磁石によって、紙面に垂直な中心軸のまわりに回転させることができる。これらの金属円筒は真空中に設置されているが、その表面は残留気体との化学反応で生じた化合物の薄層で覆われている。その薄層を削り取るためのナイフ K が棒 B の先に固定されており、外部にある電磁石 F によってその棒を左右に移動させたり、対称軸のまわりに回転させたりすることができる。回転するナイフによって表面の薄層を削り取られ、金属面が剥き出しになったエミッター E を 180° 回転させて、中空円筒のコレクター C に向かい合わせる。コレクターの底面にはスリット O があり、そこを通過した単色光がエミッターに入射する。エミッターから飛び出した光電子の一部はコレクターに到達し、残りはエミッターに戻る。負荷電圧が阻止電圧に近いとき、ぎりぎりコレクターに到達した光電子を捕捉しやすくするために、コレクターは二重構造にしてあり、外側の円筒(実線)は銅板で、内側の円筒(破線)は目の細かい銅の金網で作られている。このような構造にしておくと、一重の場合に比べ、電流-電圧図において光電流が急勾配で電圧軸に近づくようになるという。エミッターで反射した光がコレクターに入射してその表面で光電効果を起こすのを抑えるために、素材の銅は硝酸銅溶液に浸されたあとブンゼン・バーナーで加熱され、強く酸化されている(注 2)。また、光電子がコレクターとエミッター以外のところへ漏れ出ないようにするために、金網を張り出させてコレクターとエミッターの隙間を小さくしている(注 3)。エミッターの端子 E' とコレクターの端子 C' の間に、[前篇](#)の図(i)のように電流計と電圧計と可変直流電源を接続し、光電流 I と負荷電圧 V (電源電圧から電流計で

の電圧降下を差し引いたもの)を測定する。

次に、コレクター・エミッター間の接触電位差を測定するために、エミッター E を 90° 回転させて電極板 S に向かい合わせる。電極板 S はコレクター C と同じ銅で作られており、同じ表面処理が施されている。端子 E' と端子 S' の間に電流計と可変直流電源を接続し、S を E に近づける。このとき S と E で構成されるコンデンサーに電荷が蓄えられる。ここですばやく S を引き上げるとコンデンサーの容量が減少するために蓄えられている電荷が減少し、電流計の針が振れる。電源電圧を変えてこの操作を繰り返し、S を引き上げても電流計の針が振れなくなる電圧を捜す。この電圧(E に対する S の電位差 V_{SE})がわかれば、それが S と E の間の接触電位差 K_{SE} となる。なぜなら、このときの電源電圧が接触電位差を打ち消すので、蓄えられている電荷は 0 となるが、 K_{SE} と V_{SE} は S と E の間隔とは無関係なので、間隔を大きくしても蓄えられている電荷は 0 のまま変化しないからである。このようにして接触電位差を求める方法をケルビン法という。C と S は同じ酸化銅で作られているので、 $K_{CE} = K_{SE} = V_{SE}$ が成り立つ。

光源には水銀アーク灯から発せられる波長が 240nm と 546nm の間にある 7 つの明るい輝線スペクトルを採用している。ある波長で実験をするときには、それより短い波長の光が光電管内に紛れ込まないようにフィルターで除去している。このフィルターの使用が実験成功の大きな要因となった。

§3 測定と結論

測定の手順は次のとおりである。まずエミッターの金属を選び、表面の薄層を削り取る。そのあとコレクター・エミッター間の接触電位差が一定の値になるまで待つ(注4)。一定になったあと照射する光の波長を選び、それより短い波長の光が管内に紛れ込まないようにフィルターを取り付ける。次に負荷電圧 V をかけ、30秒間待って光電流 I を測定する。次に V を少し変えて同じ操作を繰り返す。これらの操作を 6 つの単色光に対して行う(注 5)。一つの金属に対してすべての測定を終えるのに 6 時間ほどかかったようである。

ミリカンの論文(文献 3)にはエミッターが Na と Li の場合の $I - V$ 曲線が載っているが、1 ミリ方眼の罫線が濃く印刷されていて非常に見にくい。論文には実験データも与えられているので、それをもとにしてすべての $I - V$ 曲線を図 2 のように描き直した(注 6)。

横軸はエミッターに対するコレクターの電位差(単位は V)で、縦軸は光電流である。電流値は電流計の振れ(単位は mm)で表しているが、1mm が何 A に当たるのかはわからない。論文に載っている曲線は、見やすくするために、波長ごとに異なる因子を電流に掛けて各曲線がだいたい同じ大きさになるように描かれている。ここでは拡大因子を掛けずに生のデータをそのまま描いた。

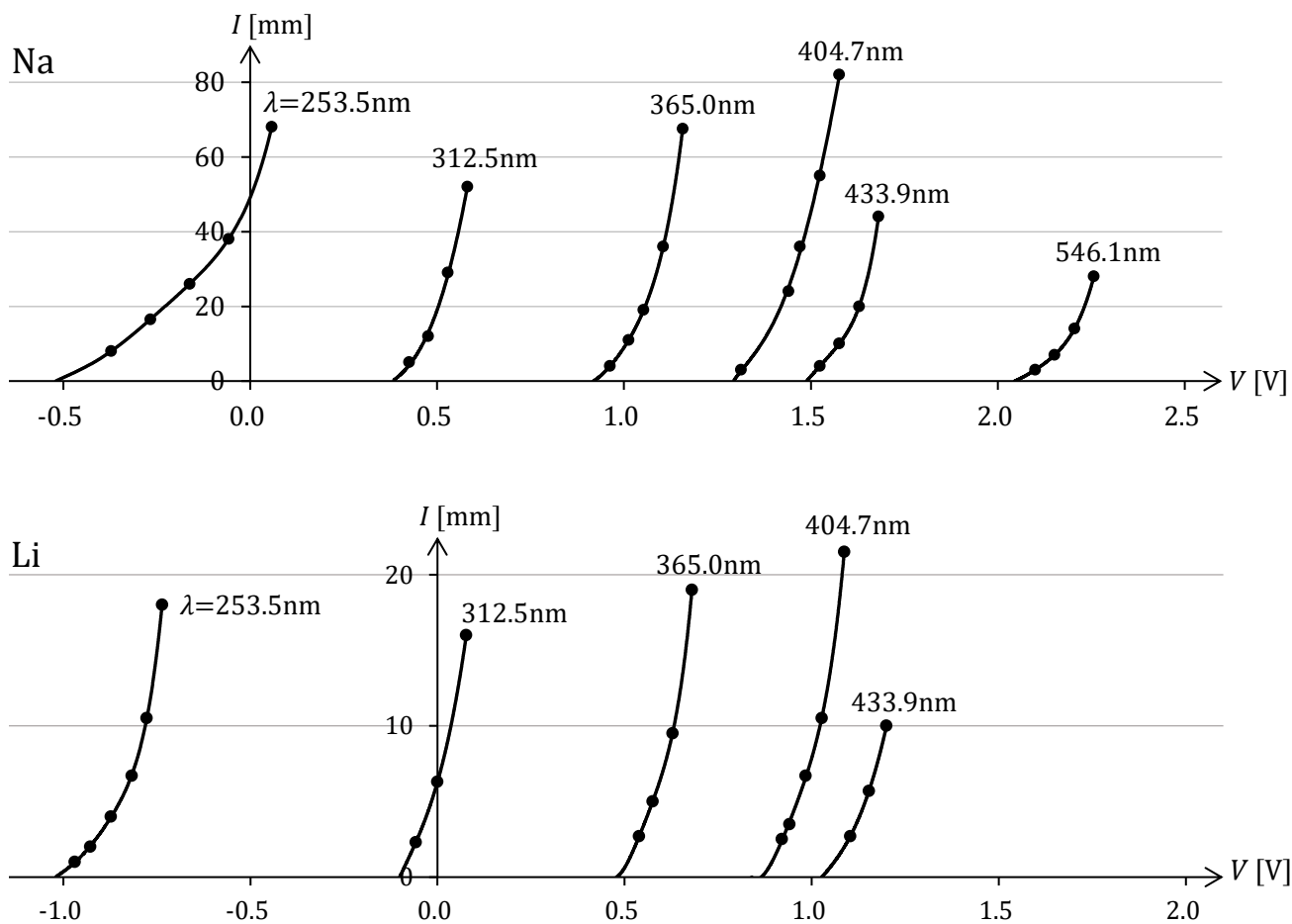


図 2 エミッターが Na と Li の場合の $I - V$ 曲線

エミッターが Na の場合、波長が 253.5nm のときの光電流のデータには補正が施されている。コレクターの限界波長は 268.8nm であるので(注 7)、エミッターの表面で反射した光はコレクターに入射してその表面で光電効果を起こす。このとき放出された光電子がエミッターに到達すると、差し引きエミッターから放出される光電子の数を少なくする効果をもたらす。その結果、光電流の値は反射光がないと考えたときの光電流の値より小さくなる。その減少量は、負荷電圧を $-V \gg V_0$ となるようにしたときに流れる光電流に等しい。なぜならそのときの光電流はコレクターから飛び出した光電子によるものだけと考えられるからである。論文には補正量についての記述はない。この補正についてはミリカン自身あまり信頼を置いていなかったようで、最終的に $V_0 - \nu$ 直線の傾きを求めるときにはこのデータを除いている(注 8)。

図 2 には光電流が 0 に漸近するところしか描かれていない。その理由は、飽和電流まで描くと高さが 3m から 30m にもなるグラフ用紙が必要となるし、論文の主目的は阻止電圧を求めて V_0 と ν が直線関係にあることを示し、その傾きから h/e の値を求めることにあるからである。

図 2 のように測定点を通る曲線を外挿して横軸と交わる点の電圧 ($-V_0$) を読み取れば、阻止電圧

V_0 が求まる。Na の場合で波長が 253.5nm のとき、Li の場合で波長が 253.5nm と 312.5nm のときに $V_0 > 0$ となるが、これら以外のときには $V_0 < 0$ となっていることに注意されたい。この外挿については議論の余地があるが、得られた最終結果を見れば大成功であったと言ってもよいであろう。外挿に頼らない方法については[次回](#)に紹介する。

このようにして求めた阻止電圧 V_0 と照射光の振動数 ν の間には、図 3 の青線で示すような直線関係が成り立っている。その傾きからミリカンが求めた h/e の値は、

$$\frac{h}{e} = \begin{cases} 4.124 \times 10^{-15} \text{ V/Hz} : \text{Na の場合} & (11) \\ 4.1\Box \times 10^{-15} \text{ V/Hz} : \text{Li の場合} (\Box \text{内の数字は印刷が不鮮明のため不明}) & (12) \end{cases}$$

である。ミリカンは Na の場合の測定精度の方が信頼できると考え、Na に対する他の実験結果も考慮して、 $h/e = 4.128 \times 10^{-15} \text{ V/Hz}$ を採用した。これと油滴実験からわかっていた e の値 $1.592 \times 10^{-19} \text{ C}$ を用いて、 $h = 6.57 \times 10^{-34} \text{ Js}$ を得た。

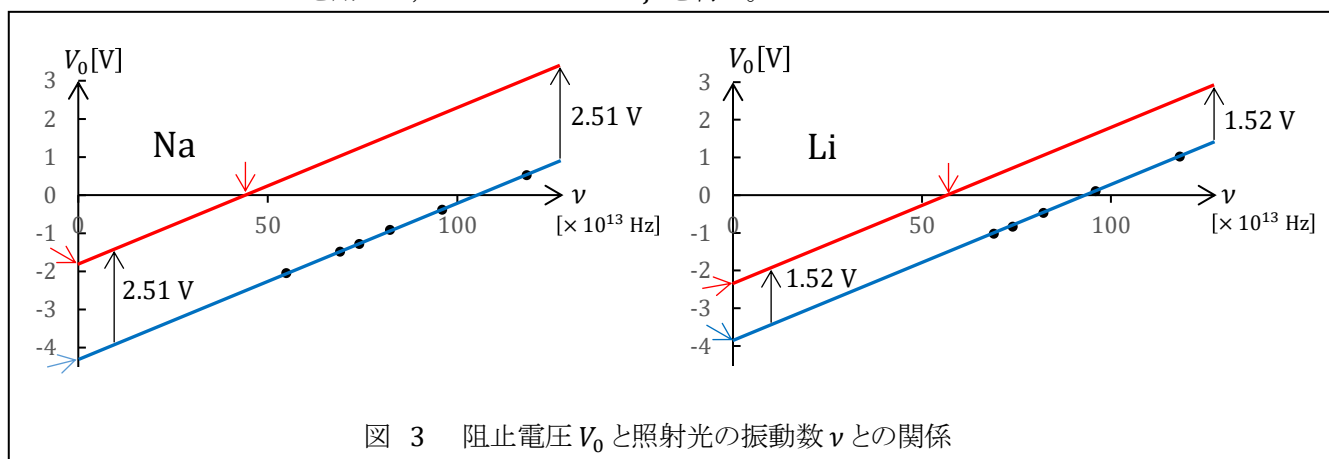


図 3 阻止電圧 V_0 と照射光の振動数 ν との関係

電流を測定しているときのコレクター・エミッター間の接触電位差は、電流測定と同時にではなく、別個に金属表面を同じ状態にして測定した値

$$\text{Na の場合} : K_{\text{CE}} = 2.51 \pm 0.01 \text{ V} \quad , \quad \text{Li の場合} : K_{\text{CE}} = 1.52 \text{ V}$$

に等しいとして、以下の計算に用いている。図 3 の青色のグラフを縦軸方向に K_{CE} の値だけ嵩上げした赤色のグラフと、式(3)の両辺を e で割った式

$$V_0 + K_{\text{CE}} = \frac{h}{e} (\nu - \nu_E)$$

を比べれば、エミッターの限界振動数 ν_E が求まる。赤色の直線と横軸の交点を読み取れば、次のようになる。

$$\text{Na の場合} : \nu_E = 43.9 \times 10^{13} \text{ Hz} \quad , \quad \lambda_E = c/\nu_E = 683 \text{ nm}$$

$$\text{Li の場合} : \nu_E = 57.0 \times 10^{13} \text{ Hz} \quad , \quad \lambda_E = c/\nu_E = 526 \text{ nm}$$

また、赤色のグラフの縦軸切片を読み取れば、エミッターの仕事関数が次のように求まる。しかし、この値はミリカンの主要な関心事ではなかったようで、論文には記載されていない。

$$\text{Na の場合} : W_E = 1.81 \text{ eV} \quad , \quad \text{Li の場合} : W_E = 2.34 \text{ eV}$$

一方、限界波長 λ_E は別の方法で求めることができる。まず 3 つか 4 つの波長 λ で飽和電流 $I_0(\lambda)$ を測定し、同時に熱電堆でこれらの波長での入射光の強さ $F(\lambda)$ を測定して、2 つの測定値の比

$R(\lambda) = I_0(\lambda)/F(\lambda)$ を求める(注 9)。次に $R - \lambda$ 図で測定値の 3 点または 4 点を通る曲線を外挿して $R = 0$ となる λ を求め、それを限界波長とするのである(注 10)。ミリカンの推定では、このようにして求めた限界波長には 10nm ぐらいの測定誤差を伴うという。この誤差の範囲内で 2 つの方法で求めた限界波長は一致しているのである。

かくして、修正されたアインシュタインの式(3)が測定誤差の範囲内で成り立っていることが確かめられた。

ミリカンが所属していたシカゴ大学のライエルソン研究所では、1905 年以来光電管を用いて光電効果の実験を続けてきた。上記の Na に対する実験は 9 代目の光電管で行われた。理由は書かれていないが、Li に対する実験は次の新しい光電管で行われている。2 つの実験ではコレクターの酸化銅が異なるので、これらから式(2)がエミッターの金属に関係なく成り立つかどうかを判定することはできない。上記の結果を 1916 年の論文で発表したあとも実験は続けられ、その成果が下記のようにまとめられて 1921 年の論文に発表された。そして、この論文がアインシュタインのノーベル賞受賞の後押しをした。

同じ酸化銅のコレクターに 3 つの金属 Na, Li, K で作られたエミッターをつぎつぎと向かい合わせて実験をした結果、次のことがわかった。3 つの金属に対する実験が間を置かず連続して行われるならば、金属面の新旧すなわち残留気体による変質の程度に関係なく、ある波長の入射光に対する阻止電圧 V_0 はすべての金属に対して厳密に同じである。同時に測定されたコレクター・エミッター間の接触電位差は金属によって異なる。そのあと数日あるいは数週間経ってから同じ実験を行うと、阻止電圧は変化しているが、その変化量はすべての金属に対して同じであるので、阻止電圧がすべての金属に対して同じであることに変わりはない。そして接触電位差の変化量もすべての金属に対して同じで、阻止電圧の変化量に等しい(注 11)。これらの結果は変化の原因がコレクターにあることを示している。

かくして、式(2)がエミッターの金属に関係なく成り立つことが実証された。

§4 あらずもがなの追記

第 1 節で述べたように、式(9)の右辺第 2 項が 0 でない場合には疑似接触起電力が生じている、とミリカンは言う。一例として挙げている実験は次のようなものである。

まず酸化銅をコレクター C とし、Na をエミッター Ea とすれば、式(7)より、

$$V_{0a} + K_{CEa} = \frac{h}{e} (\nu - \nu_{Ea}) \quad (13)$$

が成り立つ。前述の実験では、接触電位差は $K_{CEa} = 2.51 \text{ V}$ で、限界振動数(限界波長)は $\nu_{Ea} = 43.9 \times 10^{13} \text{ Hz}$ ($\lambda_{Ea} = 683 \text{ nm}$) である。入射光の振動数(波長)として、 $\nu = 118.2 \times 10^{13} \text{ Hz}$ ($\lambda = 253.5 \text{ nm}$) を選択すれば、図 2 での外挿から $V_{0a} = 0.52 \text{ V}$ を得る。式(11)に与えられている h/e の値を用いれば、式(13)が 1% の精度で成り立っていることがわかる。

次に、この実験の酸化銅をコレクター C とし、同じ酸化銅をエミッター Eb とする仮想的な光電管を想定し、上記と同じ (ν, λ) の光を入射させる仮想的な実験を考える。このとき $K_{CEb} = 0$ であるから、酸化銅の限界振動数 ν_{Eb} がわかれば、振動数 ν の光が入射したときの阻止電圧 V_{0b} が

$$V_{0b} + K_{CEb} = \frac{h}{e} (\nu - \nu_{Eb}) \quad (14)$$

から計算で求まる。ミリカンは、エミッターが Na の場合にその表面で反射した光がコレクターで光電効果を起こしているときの飽和電流に着目して、 ν_{Ea} を求めたときと同じ方法、すなわち $R - \lambda$ 図で外挿によって $R(\lambda) = 0$ となる波長 λ_{Eb} を求め、そこから ν_{Eb} を計算している。このようにして得た値は $\nu_{Eb} = 111.6 \times 10^{13} \text{ Hz}$ ($\lambda_{Eb} = 268.8 \text{ nm}$) であり、式(14)より、 $V_{0b} = 0.27 \text{ V}$ を得る。よってミリカンの考えでは、このとき酸化銅に $(0.52 - 0.27) \text{ V} = 0.25 \text{ V}$ の疑似接触起電力が生じていることになる。

これらの値を(13) - (14), すなわち,

$$K_{CEa} - K_{CEb} = \frac{h}{e} (\nu_{Eb} - \nu_{Ea}) + (V_{0b} - V_{0a}) \quad (15)$$

に代入すれば、計算するまでもなく、式(15)は 1% の精度で成り立つことがわかる。なぜなら式(14)は今の場合等式だからである。ミリカンは式 (15)が 1% の精度で成り立つので疑似接触起電力の存在は有意であると述べている。しかし、この精度には意味がないと筆者は考える。問題なのは λ_{Eb} の求め方である。 $R - \lambda$ 図にある実験データは 2 つだけで、2 点を結ぶ直線で外挿計算をしているのである。 λ_{Ea} を求めたとき実験データは 3 点で、それらを連ねた線は曲線になっている。もし、酸化銅とナトリウムに対する $R(\lambda)$ の関数形が似ておれば、 λ_{Eb} は 268.8 nm よりも大きくなり、 V_{0b} は V_{0a} に近づくのである。一致するかどうかはわからないが…。いずれにしてもこの外挿は危ない。結着をつけるには、エミッターにコレクターと同じ酸化銅を用いた実験を実際にやらなければならない。ミリカンがどうしてこの実験をやらなかったのか不可解である。

ミリカンが疑似接触起電力を提唱してから 100 年近く経つ。現在この用語は使われていない。いつどのようにして消え去ってしまったのであろうか。

(注 1)

ミリカンは式(9)を導くときに計算間違いをして、右辺第 2 項の前の符号を-にしている。当然ながら実験データをそのまま間違った式に代入すると、左辺と右辺は異なる値になる。ミリカンは両辺の数値が等しくなるようにデータの符号を適当に変えて間違った式に代入し、正しい結果を得ている(文献 2, 3)。文献 1 の論文では間違いが訂正されている。

(注 2)

酸化銅 (II) CuO は黒色の誘電体である。ミリカンはこれによってコレクターに入射した光のエネルギーを吸収し、その表面での光電効果を抑えようとしたと思われる。しかし酸化銅 (I) Cu_2O はエネルギーギャップが $\sim 1.5 \text{ eV}$ の p 型半導体で光電効果を起こす。強く酸化させたと書いてあることから見て、酸化銅の層は分厚いであろう。このときコレクターの表面で実際に生じている光電効果は Cu_2O によるものと思われるが、詳しいことはわからない。いずれにしても管内の残留気体との化学反応によってコレクター表面の物理的性質(たとえば仕事関数)は徐々に変化する。

(注 3)

[前篇](#)の図 1 や図(i)に模式的に描かれたような光電管で実際に実験をすれば、管外へ漏れ出す電

流のために、コレクター電流とエミッター電流に差が生じる可能性がある。状況によっては、高電圧をかけてもなかなか飽和電流に達しないということも起こり得る。光電子のエネルギーに上限値があることを発見したレナードはこれら 2 つの電流を同時に測定している(P.Lenard,Ann.Phy.8,149-198,1902)。このこともあってアインシュタインは、[前篇](#)で論じた引用文にあるように、エミッターを完全に取り囲むコレクターを想定したようである。ミリカンの実験装置はその状態にできるだけ近くなるように作られているのである。ミリカンはこのコレクターをファラデー円筒と呼んでいる。

(注 4)

エミッターが Na である場合、表面を削り取ってもすぐに新たな薄層が形成され始め、接触電位差が急激に変化する。そのため安定な状態になるまで 1 時間ほど待たなければならないという。また、残留気体の圧力を可能な最低圧力 $\sim 10^{-7}$ mmHg にするよりは、 $\sim 10^{-2}$ mmHg にした方が接触電位差が安定し、光電流も大きくかつ安定した状態になることがわかったので、実際の測定はこの圧力のもとで行われた。

ロイド(文献 4)によると、このとき Na の表面にできる薄層は Na_2O ではなくて NaOH であるという。ガラス管を作るときと実験を行うまえに長時間高温に曝さないでガラス内に H_2O が取り残された状態となり、圧力を下げるとそれが管内に浸み出してくるのである。したがって、ミリカンの実験から求まる W_E の値 (1.8 eV) は Na の仕事関数ではなく、NaOH の薄層で覆われた Na の仕事関数ということになる。この値は現在知られている金属 Na の仕事関数 2.75 eV よりかなり小さくなっている。多くの教科書に記述されているように、 $eV_0 - \nu$ 図の縦軸切片から金属の仕事関数を求めることができるというのは事実と反する。学生に対する講義では直線の傾きから h の値を求めることに限定すべきだ、とロイドは主張している。

(注 5)

フィルターをかけると入射光のエネルギーが小さくなり、測定値の精度が悪くなるので、実験データとしてはフィルターをかけない場合の測定値を採用している。フィルターをかけた場合とかけない場合の $I - V$ 曲線を比べると、かけない場合に管内に紛れ込んだ波長の短い光がどのような影響を及ぼしているかがわかる。その影響をできるだけ小さくする工夫をしたうえで、なお影響が充分小さいと見なせる測定値のみを用いて $I - V$ 曲線を描いている。

(注 6)

表に与えられている 69 個のデータのなかに、明らかに間違っているものが 3 個もある。タイプミスか実験ノートから論文原稿に書き写すときに間違っただけと思われる。新しくグラフを描き直すときには訂正した数値を用いた。K (カリウム) の場合のグラフがないのは、なにかの事故があったからである。それについての記述はない。

(注 7)

この値は実際に酸化銅をエミッターとして用いた実験から求めたものではない。後述するように、かなり危ない外挿を用いて計算から求めたものである。

(注 8)

エミッターが Li の場合は新しい光電管で測定が行われた。そのコレクターの限界波長は偶然 253.5 nm とほぼ同じと判断できたので、補正はされていない。

(注 9)

入射光の強さ $F(\lambda)$ は単位時間あたり単位面積あたりの入射エネルギーであるから、これはエミッターに入射する単位時間あたりの光子数 $n_{\text{ph}}(\lambda)$ に比例し、比例係数は λ に反比例する。一方、飽和電流 $I_0(\lambda)$ はエミッターから放出される単位時間あたりの光電子数 $n_e(\lambda)$ に比例する。よって、 $R(\lambda) = I_0(\lambda)/F(\lambda)$ は $\eta(\lambda) = n_e(\lambda)/n_{\text{ph}}(\lambda)$ に比例し、比例係数は λ に比例する。このように定義された $\eta(\lambda)$ を量子効率という。スーパーカミオカンデで使われている光電子増倍管の量子効率は 0.2 である。すなわち、平均すれば 5 個の光子が入射してきて 1 個の光電子が放出され、それが増幅されていくのである。

(注 10)

実際の計算に用いられた測定データが文献 3(p.380)に与えられているが、数字が 1 つ間違っている。71,100,10 とあるのは 71,100,20 であろう。この論文はアインシュタインの式を実証し、 h の値を 0.5% の精度で求めた物理学史上の金字塔であるが、小さな間違いや校正漏れが多すぎる。

(注 11)

論文には書かれていないが、接触電位差を測定する 1 回目と 2 回目の実験は、コレクターをそのままにしておくことを除けば、全く同じ状況で測定したものと思われる。たとえば Na の場合、表面を削り取ってから正確に 1 時間経ってから測定するというふうに。そうでないと各金属に固有な経年変化のために、接触電位差の変化は金属によって異なってしまうはずである。

文献

1. Millikan, R. A. : The distinction of intrinsic and spurious contact e . m . f . s and the question of the absorption of radiation by metals in quanta ,
Phys . Rev . 18 (3) , 236 – 244 , 1921
2. Millikan, R. A. : Einstein's photoelectric equation and contact electromotive force ,
Phys . Rev . 7(1) , 18 – 32 , 1916
3. Millikan, R. A. : A direct photoelectric determination of Planck's " h ",
Phys . Rev . 7(3) , 355 – 388 , 1916
4. Lloyd, D. R. : What was measured in Millikan's study of the photoelectric effect ? ,
Am . J . Phys . 83(9) , 765 – 772 , 2015

*

「熱中物理」に掲載されている論文の要約

は [こちらへ](#)