センター試験も間違える光電管の問題（前篇）

斉藤　全弘

[1]　次のセンター試験(2016年)の問題を一読されたい。

図 1 のような装置で光電効果を調べる。電極 b は接地されており，直流電源の電圧を変えることにより電極 a の電位 V を変えることができる。単色光を光電管に当て，V と光電流 I の関係を調べたところ，図 2 のグラフが得られた。このとき，光電効果によって電極 b から飛び出した直後の電子の速さの最大値を表す式として最も適当なものを，下の①～⑧のうちから一つ選べ。ただし，電気素量を e，電子の質量を m とし，電極 a での光電効果は無視できるものとする。

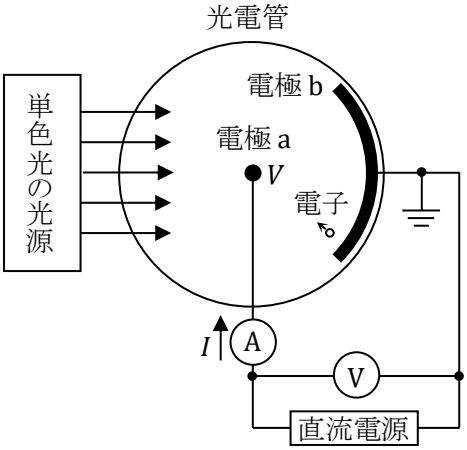


図　1

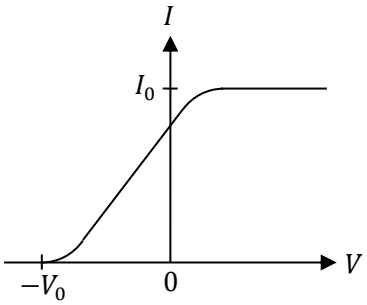


図　2

① $\dfrac{eI_0}{2m}$　② $\dfrac{2eI_0}{m}$　③ $\sqrt{\dfrac{eI_0}{2m}}$　④ $\sqrt{\dfrac{2eI_0}{m}}$

⑤ $\dfrac{eV_0}{2m}$　⑥ $\dfrac{2eV_0}{m}$　⑦ $\sqrt{\dfrac{eV_0}{2m}}$　⑧ $\sqrt{\dfrac{2eV_0}{m}}$

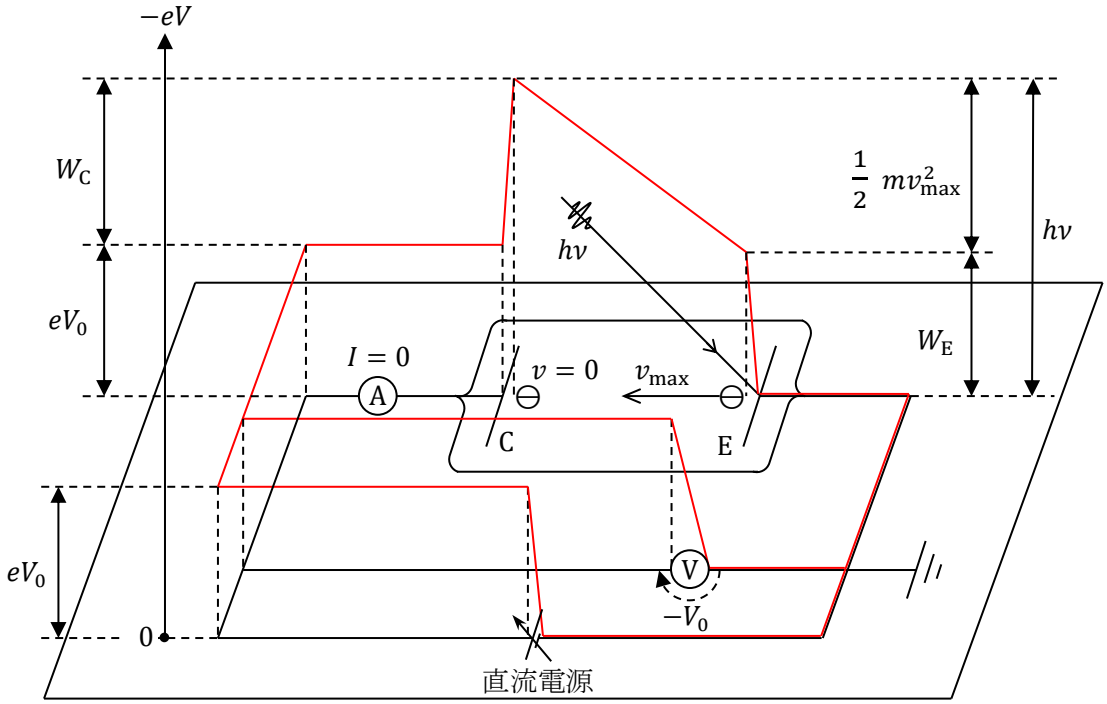
公表されている正解は⑧であるが，これが大間違いなのである。間違っていることは次頁の図(i)を見れば高校生でも理解できる。この図は，光電管のエミッターに単色光を照射し，直流電源の電圧を徐々に変化させて光電流が 0 になったとき，自由電子の位置エネルギー$(-eV)$ が回路に沿ってどのように変化するかを示したものである。V は電位でエミッター側を0 としている。エミッターE とコレクターC に用いられている金属の仕事関数をそれぞれW_{E}，W_{C}，照射光子のエネルギーを $h\nu$，阻止電圧をV_0 $(V_0 > 0)$，光電子の最大の速さを $v_{\max}$ とすれば，

$$h\nu = \frac{1}{2}\,mv_{\max}^2 + W_{\mathrm{E}} = eV_0 + W_{\mathrm{C}} \tag{1}$$

が成り立つ。よって，

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2e}{m}\left(V_0 + \frac{W_{\mathrm{C}} - W_{\mathrm{E}}}{e}\right)} \tag{2}$$

が正解ということになる。$(W_{\mathrm{C}} - W_{\mathrm{E}})/e$ はエミッターとコレクターの接触電位差である。



図(i)　光電管に阻止電圧V_0 がかかっているときの自由電子の位置エネルギー(赤線)

接触電位差という用語は高校物理の範囲外であるが，金属表面の仕事関数や異なる金属間の接触電位差が生じる理由を考えさせる教育的な良問を京都大学(2000年)が出題している。少し長くなるが以下にそれを書き写す(一部省略)。

真空の誘電率を ε_0 ，真空中の光の速度を c ，プランク定数 h とする。

(1)　金属の内部には自由に運動している自由電子が存在しており，金属中を流れる電流はこの自由電子の運動によるものである。金属の内部では，自由電子の負電荷は金属原子の正電荷と打ち消しあって，正味の電荷はゼロになっている。しかし，質量の小さな電子は動きまわりやすく，図1(a) に示すように，一部の自由電子は金属表面からはみ出して存在している。このため，図1(b) のように表面付近では自由電子による負電荷分布と金属原子による正電荷分布との均衡が崩れており，表面のすぐ外側には電子による負電荷層が形成され，逆に表面のすぐ内側では電子密度の減少により正電荷層が形成される。

いま，表面付近に形成される正および負の電荷層を，図1(c) のように，それぞれ面電荷で近似する。これは真空中に置かれた帯電した平行板コンデンサー(電極間隔 t) の電荷分布と見なすことができる。また，金属の内部の電位を0 とする。このとき表面付近の電位 V は，金属の内から外に向かったx 軸の正方向に対して，{あ:選択図 1 より選択}

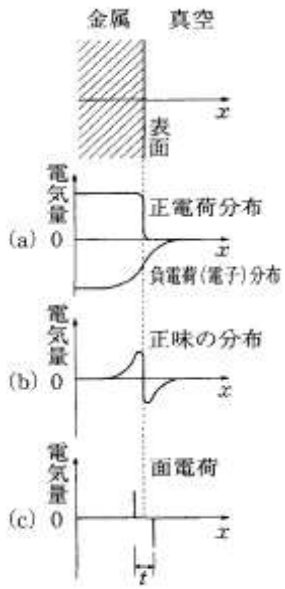
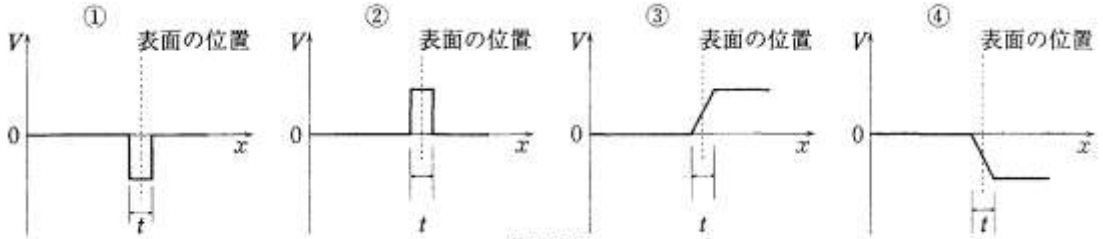


図 1

のように変化する。また，コンデンサーの電極表面の単位面積当たりの電荷を$+\sigma$ および$-\sigma$ で，電子の電荷を$-e$ $(e>0)$ とするとき，平行板コンデンサーの電極間の電位差は，［ い ］となる。したがって，金属内部の自由電子を金属の外に取り出すために必要なエネルギーW は，［ う ］となる。このエネルギーW は仕事関数と呼ばれており，金属の種類によって異なる値をとる。



選択図 1

(3)　図2(a) のように，真空中で金属 A の電極を $x=0$ に，またA と異なる金属 B の電極を$x=d$ に置いて，平行板コンデンサーを構成する場合を考えてみよう。間隔 d は図1(c) の電極間隔 t よりも十分に大きく，t は実質上ゼロとみなすことができる。また，光照射による電子の放出はないものとする。

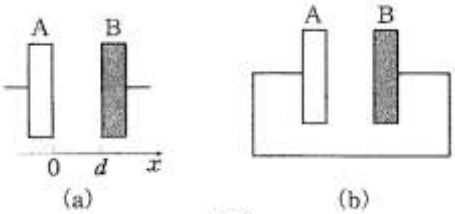


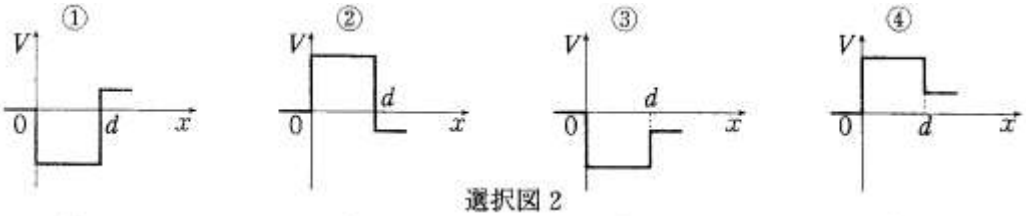
図 2

いま，金属 A , B の仕事関数をそれぞれW_{A} , W_{B} とし，また$W_{\mathrm{A}}>W_{\mathrm{B}}$ とする。さらに，電極 A の内部での電位を0 とし，これを基準にして電位 V を測ることにする。このとき，電極に垂直な x 軸に沿ったV の変化は，{か:選択図 2 より選択}のように表される。

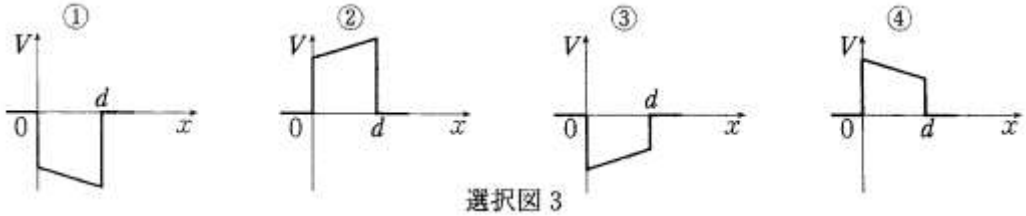
次に電極 A , B を図2(b) のように導線でつなぐと，

き: ① 導線を通って電極 A から電極 B に電子が移動して，
② 導線を通って電極 B から電極 A に電子が移動して，
③ 電極 A , B 間を電子が行き来する振動が持続して，

電子が再配分される。導線でつなぐことにより，仕事関数W_{A} , W_{B} は変化しないものとする。この結果，電極表面には電荷が現れて，平行板コンデンサーは帯電する。このとき，x 軸に沿った電位は{く:選択図 3 より選択}のように変化する。電極表面の面積を S とすると，電極 B の表面に現れる全電荷は［ け ］である。



選択図 2



選択図 3

筆者の解答は次のとおりである。

(1)(あ)　電場は等電位面に垂直で，電位の高い方から低い方へ向く。その大きさは電位の傾きの絶対値に等しい。金属の表面近傍では内側から外側に向かって電場があるので，答は④

(い)　電極間の電場 E は，ガウスの法則より，　$E = \sigma/\varepsilon_0$

求める電位差 ΔV は，$\Delta V = Et = \boxed{\sigma t/\varepsilon_0}$

(う)　自由電子を金属の内側から外側へ取り出すときに外力がする仕事 W

$=$ 自由電子の位置エネルギーの増加$(-e)(-\Delta V) = \boxed{e\sigma t/\varepsilon_0}$

これがこのような金属表面のモデルで計算された仕事関数を表す式である。

(3)(か)　金属 A の内側から外側へ移行するとその表面で電位 V は $\Delta V_{\mathrm{A}} = W_{\mathrm{A}}/e$ だけ下がり，A B 間では電場がないので電位 V は一定に保たれ，金属 B の外側から内側へ移行するとその表面で電位 V は $\Delta V_{\mathrm{B}} = W_{\mathrm{B}}/e$ だけ上がる。$W_{\mathrm{A}} > W_{\mathrm{B}}$ であるから，答は③

(き)　導線でつなぐまえ，(か)の答より A の方が B より電位が高い。すなわち，自由電子の位置エネルギーは B にあるときより A にあるときの方が低い。よって，A と B を導線でつなぐと，導線を通って位置エネルギーの高い B から位置エネルギーの低い A へ自由電子が移動する。答は②

(く)　この移動によって A の表面は正味負に帯電し，電荷保存則より B の表面は正味正に帯電する。その結果 A B 間に B から A の向きに電場が生じる。題意より仕事関数 W_{A} , W_{B} は変化しないので，金属表面での電位差 ΔV_{A} , ΔV_{B} は変わらない。よって，答は③

実際にはA とB を導線でつなぐとW_{A} と W_{B} は少し変化するが，ここではそれを無視している。

(け)　A と B で作られる平行板コンデンサーにかかる電圧は，$\Delta V_{\mathrm{A}} - \Delta V_{\mathrm{B}} = (W_{\mathrm{A}} - W_{\mathrm{B}})/e$ である。B の表面に現れる全電荷(正味の電気量)は(く)で述べたように正である。よって，B 上の全電荷は，

$$Q_{\mathrm{B}} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}\ (\Delta V_{\mathrm{A}} - \Delta V_{\mathrm{B}}) = \boxed{\frac{\varepsilon_0 S(W_{\mathrm{A}} - W_{\mathrm{B}})}{de}}$$

となる。A と B を接触させたとき，A の表面からわずかに離れた点と B の表面からわずかに離れた点の間の電位差 $(W_{\mathrm{A}} - W_{\mathrm{B}})/e$ をA と B の接触電位差という。

この問題の図 2(b)で，金属 B に振動数 ν の単色光を照射し，導線を切断して起電力V_0 の電池をB 側が正極になるように接続すれば，図 (i)になる。

図 (i) において，もし$W_{\mathrm{C}} = W_{\mathrm{E}}$ であれば式(2) より $\nu_{\max}$ は公表されている正解と一致するが，一般的には $W_{\mathrm{C}} \neq W_{\mathrm{E}}$ である(追記 2)。たとえば，式(1) の正しさを実証した Millikan の実験(文献１)では，エミッターには光電効果を起こしやすいアルカリ金属を，コレクターにはコレクターでの光電効果を抑えるために銅を用いており，$W_{\mathrm{C}} > W_{\mathrm{E}}$ となっている。エミッターとコレクターが同じ金属 $(W_{\mathrm{E}} = W_{\mathrm{C}})$ であれば，エミッターで反射された光がコレクターに入射して光電効果を起こす。このとき，エミッターから飛び出す電子による光電流とは逆向きの光電流が流れ，阻止電圧の測定を困難にする。Millikan の実験については後篇で詳しく解説する。

[2] 図(i) において，単色光の振動数 ν を変えて阻止電圧 V_0 を測定する実験を繰り返すと，得られたデータは式(1) より，

$$eV_0 = h\nu - W_{\mathrm{C}} \tag{3}$$

を満たし，図(ii) のように$eV_0 - \nu$ 図で直線上に分布する。この関係式はエミッターに用いた金属の種類 a , b には依存しない。

ところが，多くの高校・大学の教科書(文献 2)では次のように説明する。アインシュタインの式

$$\frac{1}{2}\ mv_{\mathrm{max}}^2 = h\nu - W_{\mathrm{E}} \tag{4}$$

とエネルギー保存則

$$\frac{1}{2}\ mv_{\mathrm{max}}^2 = eV_0 \tag{5}$$

より，

$$eV_0 = h\nu - W_{\mathrm{E}} \tag{6}$$

が成り立ち，エミッターの金属を取り替えれば，図(iii) のグラフを得る。この説明に用いられている式(4) は正しいが，式(1) からわかるように式(5)は間違っており，したがって式(6) も間違っているのである。

電圧計による阻止電圧の読みV_0 の代りに，接触電位差を補正した値

$$V_0{}' = V_0 + \frac{1}{e}\ (W_{\mathrm{C}} - W_{\mathrm{E}}) \tag{7}$$

を用いれば，式(1) より，

$$eV_0{}' = h\nu - W_{\mathrm{E}} \tag{8}$$

が成り立ち，エミッターの金属を取り替えれば，図(iv) のようになる。

式(3) あるいは式(8) が成り立つことは Millikan によって実証されている(文献 1)。

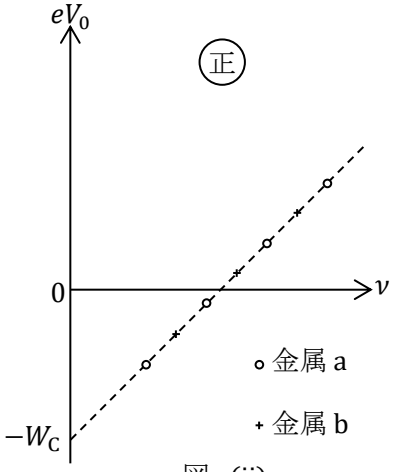


図 (ii)

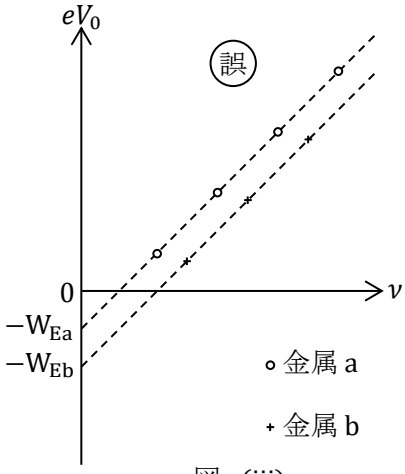


図 (iii)

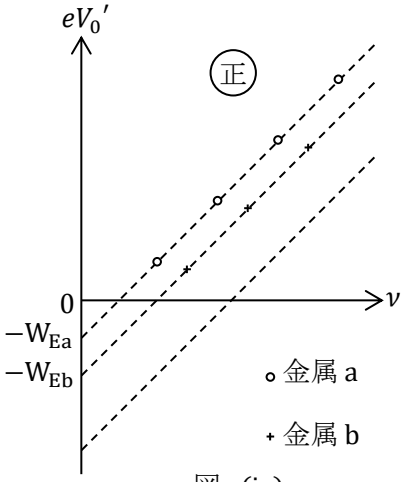


図 (iv)

[3] それではなぜ間違った式やグラフが高校・大学の教科書に載っているのであろうか。

過去にこの間違いを指摘し，注意を喚起する論文を書いた人がいるにも拘らず，長年に亘って物理教育に携わる人たちにそれが認知されてこなかったのである。この状況は日本だけでなく欧米でも同じである。

まず，1973年に James が3頁にある選択図 3 の③や図(i) と同等のグラフを描いて，式(6) は間違いで式(3) が正しいことを指摘している (文献 3)。系統的な調査ではないが，20冊の教科書を調べてみたところ半分以上が間違った式を載せており，その大部分が1960年以降に出版されたものである，と述べている。光電効果に対する理解は1920年代から1930年代にかけて頂点に達し，それ以降，実験の詳細についての関心が薄れていったという。教科書に間違った式を載せてしまったのは，説明の複雑さを最小限にするためであったと思われるが，正しい式の説明は全然難しくないのだから，このような取り扱い方はまずかった，と書いている。

つぎに，1976年に Rudnick と Tannhauser が James と同様のグラフを用いて同じ指摘をしている(文献 4)。彼らは James の論文を知らなかったようだが，1960年～1971年に出版された評判のよい教科書7冊を調べたところ，すべてに間違った式が見られたという。正しい式を載せている教科書も4冊挙げているが，そのうちの3冊は物理実験に関するものである。間違った式が載せられた理由については，1940年以前は仕事関数の概念が明確でなかったし，接触電位差を用いたミリカンの実験の説明は，初等的な教科書にとって難しすぎると考えられたのであろう，と述べ，さらに，正しい結論に至る議論の筋道はわかりやすいものではなく，論理をつきつめて考えないことによって生じた間違いが，教科書執筆者の間を次から次へと伝播していったのであろう，と書いている。

日本では2005年に立沢・坂井・野々山が，式(6) は間違いで式(3)が正しいことを指摘している(文献 5)。彼らが調査した時点で，高校「物理」の教科書(2004年度版) 6冊すべてに間違った式が見られ，大学生用の教科書にも間違った式が載っていること，そして正しい説明がされている書籍として2冊の翻訳本があることを記している。残念なことに，この頃大学入試の出題分野から原子・原子核が外されたために，この分野への関心が薄れ，彼らの問題提起が物理教育に携わる人たちへ浸透することはなかった。彼らは高校の教科書の修正に関してある提案をしているが，それについては後で触れる。さらに，「大学で光電効果を扱うのであれば，接触電位差についてきちんと説明すべきである」と主張している。

最近では，2015年に Lloyd が再度この問題を取り上げ，間違いがネット上でも拡散していることを指摘している(文献 6)。この論文のなかで，間違いの発端は Einstein のノーベル賞受賞論文(文献 7)にあるのではないかと述べている。問題となる箇所を筆者の意訳で以下に記す。ただし，物理量を表す文字は本稿で用いているものに変えてあり，下線と( )内の用語は筆者による。

> 物体内部で(光子から)運動エネルギーを与えられた電子は，表面に達したときには，このエネルギーの一部を失っているであろう。さらに，物体(表面)から出ていくとき，電子は物体ごとに固有な値をとる仕事 W_{E} をしなければならないことを容認しよう。表面に垂直に最大の速さで物体から出てくる電子は，表面近傍で励起された電子であろう。このような電子の運動エネルギーは $h\nu - W_{\mathrm{E}}$ で与えられる。もし物体(エミッター)が正に帯電し，かつ<u>電位 0 の導体</u>で囲まれているならば，そしてもし<u>物体</u>の電位が，そこから流れ出す電流がちょうど 0 となるときの値 V_0 をとるならば，
>
> $$eV_0 = h\nu - W_{\mathrm{E}}$$
>
> でなければならない。ここに e は電子の電気量(の大きさ)である。

問題となるのは「電位 0 の導体」という表現である。Einstein は物体(Körper)と導体(Leiter)を使

い分けている。この使い分けが意図的なのかどうかはわからない。いずれにしても物体と導体が異なる金属である場合には，これらの間の接触電位差を考慮しなければならない。その点を Einstein は見落としているのである。この見落としについて Lloyd は Einstein を擁護する文章を書いているが，本稿とは関係がないのでここでは立ち入らない。興味がある人は原論文を読んでいただきたい。

[4] 最後に，間違いの現状とその対策について述べる。

平成 25 年(2013年)度版の高校「物理」の教科書を見ると，第一学習社・実教出版・東京書籍・啓林館・数研出版の各社が式 (5), (6)あるいは図（iii）のいずれかを載せている。ただし，数研出版は光電管にかかる電圧について，

「金属の種類が陰極と陽極で異なるときは，これらの仕事関数の違いに伴う電位差(これを接触電位差という)が現れる。以下では簡単のため，陰極と陽極が同じ金属である場合のみを考える」

と脚注で断っている。正しい式 (3) あるいは(8)を載せるかどうかで苦慮していることが読み取れる。間違った式について文科省の検定官はどのような判断をしたのだろうか。検定官が式(5) , (6) と図(iii) を却下すれば，事態は一気に好転するのである。

文献 5 の執筆者は，高校生に接触電位差を説明することに無理があるならば，あらかじめ接触電位差を補正した負荷電圧 V を用いればよい，と提案している。接触電位差は，光電管内の電場がコレクターからエミッターの向きになれば光電流は飽和電流となることから，光電管の電流-電圧特性曲線を電圧軸方向に平行移動させることによって求めることができる，と執筆者はいう。しかし，この方法については執筆者自身による訂正(文献 8) と原による反論(文献 9)があり，議論は立ち消えになっているようである。光電管の電流-電圧特性から接触電位差を導入しなくても，図(i)を用いて高校生に正しい式(3)を説明することは容易である，と筆者は思う。知っておかなければならないことは，金属内の伝導電子は光子を吸収してエネルギー$h\nu$ を得ること，金属の表面から電子を取り出すためには仕事が必要であること，そして電位の定義と電池の役割だけなのだから。

上記の Lloyd によると，文献 4 で間違いを指摘された欧米の教科書は，改訂版で正しい説明に書き替えているとのことである。ところが，新しく出版された教科書には相変わらず間違った式を載せているものがあるようで，いたちごっこはまだしばらくのあいだ続きそうである。Lloyd が指摘したネット上の間違い文書については，筆者が検証してみたところ，1 件の文書だけが正しい式に書き替えていた。その他は専門誌に掲載された論文で，訂正はされていないようである。

ついでに，「光電管 光電効果 接触電位差」で検索して，現時点(2017年2月)において正しい式を載せている文書がネット上にどれくらいあるかを調べてみた。英語では，目を通した約100件の文書うち1/3 に間違った式(5)または(6)が見られ，10件の文書に正しい式(3)または(8)が載っていた。間違った式は初学者用の解説文に多く，正しい式は大学生用の実験指導書に多い。ドイツ語，フランス語，日本語ではそれぞれ4件，2件，1件の文書に正しい式が載っていた。英語以外では，光起電力と内部光電効果に関係する文書が多く，光電管の電流-電圧特性が載っている文書は少ない。

以上のような状況のなかで，我々はこの問題とどのように向き合っていけばよいのだろうか。この点に関して牛尾が発表した提案がある(文献 10)。以下にそれを書き写して本稿の前編を終える。

(i)　多くの物理教育関係者に，阻止電圧に関する問題点の存在に気づいてもらう。
(ii)　高校教科書の作成者に，教科書を改善する必要性を検討してもらう。
(iii)　教科書に間違った式が載せられていても，大学や大学入試センターに対して入試ではその式に関連する問題を出題しないように働きかける。
(iv)　大学生や一般人に向けた著作についても，訂正や書き直しを行ってもらうように働きかける。

阻止電圧の議論では接触電位差を考慮しなければならないことを筆者に教示され，関係する著作物を紹介して下さった牛尾健一氏に感謝します。

文献

1. Millikan , R . A .　: The distinction between intrinsic and spurious contact e.m.f. s and the question of the absorption of radiation by metals in quanta,
Phy. Rev.　18(3) , 236－244 , 1921
Millikan , R . A .　: A direct photoelectric determination of Planck's " h "
Phy. Rev.　7(3) , 355－388 , 1916
2. 高校「物理」の教科書については本文で述べる。現時点(2017年2月)において書店で入手できる大学生用の教科書で，間違った式を載せているものは次のとおりである。
(1)　朝永　振一郎 :「量子力学 I」 p.69 , みすず書房(1952)
(2)　原島　鮮　　:「初等量子力学」 p.7 , 裳華房(1972)
(3)　中島　貞雄　:「量子力学 I」 p.110 , 岩波書店(1983)
(4)　原　　康夫　:「量子力学」 p.6 , 岩波書店(1994)
(5)　猪木　慶治,　川合　光 :「基礎量子力学」 p.19 , 講談社(2007)
3. James , A . N .　: Photoelectric effect , a common fundamental error ,
Phy. Educ. ,　8(6) , 382－384 , 1973
4. Rudnick , J . and Tannhauser , D . S .　: Concerning a widespread error in the description of the photoelectric effect ,　Am. J. Phys. 44(8) , 796－798,1976
5. 立沢尚史 , 坂井伸之 , 野々山信二 : 高校物理の光電効果について,
大学の物理教育　11 , 70－71 , 2005
6. Lloyd , D . R .　: What was measured in Millikan's study of the photoelectric effect ? ,
Am. J. Phys. ,　83(9) , 765－772 , 2015
7. Einstein , A . : Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt , Ann. der Physik , 17 , 132－148 , 1905
8. 立沢尚史 , 坂井伸之 , 野々山信二 :「高校物理の光電効果について」訂正,
大学の物理教育　11 ,136－137 , 2005

9. 原　康夫 ： 微積分を使う物理を理解する重要性―光電効果の光電流はどこで飽和するか―
大学の物理教育 12 , 59－60 , 2006
10. 牛尾　健一 ： 光電効果に関して何を教えるべきか,
2016 年度 日本物理教育学会近畿支部－第 45 回 物理教育研究会－講演予稿集

追記 1 （2019/8/1）

本稿で取り上げたセンター試験(2016 年度)と同様に，関係式

$$\frac{1}{2}\,mv_{\max}^2 = eV_0 \qquad (\ V_0\ :\ \text{阻止電圧}\ )$$

を用いて，光電子の最大の速さ $v_{\max}$ を求めさせる問題，あるいはエミッターの仕事関数やプランク定数を計算させる問題は，これまで多くの大学で出題されてきた。「全国大学　入試問題正解」（旺文社）に掲載されている大学が過去に出題したこれらの問題の数を調べてみたところ，次のようになった。

年度	出題数	年度	出題数	年度	出題数
1987	4	2000	3	2013	0
1988	5	2001	1	2014	0
1989	3	2002	4	2015	0
1990	2	2003	5	2016	3
1991	1	2004	3	2017	3
1992	5	2005	2	2018	3
1993	8	2006	0	2019	2
1994	3	2007	2	2020	2
1995	2	2008	0	2021	0
1996	7	2009	0	2022	2
1997	6	2010	0	2023	2
1998	4	2011	1	2024	3
1999	2	2012	0	2025	

以下の大学の入試問題では，エミッターとコレクターが同じ金属で作られていると断っている。
(牛尾氏の指摘による。)

奈良県立医科 2018，筑波 2017，同志社 2016，慶應（医学部）2007，宇都宮 1988

エミッターとコレクターが同じ金属で作られていると断っている入試問題
弘前　2020

追記 2（2017/12/25）

安易に $W_{\mathrm{C}} = W_{\mathrm{E}}$ を仮定することの弊害については，次の論文が論じている。

11. 牛尾　健一　：高校原子物理では光電効果に関して何を教えるべきか，
物理教育　第 65 巻　第 4 号　（2017）　225－229

追記 3（2022/09/27）

香川大学　2022 年度入試問題に，筆者が知るかぎり初めて，陰極と陽極の間の接触電位差を考慮した光電効果の問題が出題された。

受験生や高校教員からどのような反応があったのか気になる。

「熱中物理」に掲載されている論文の要約　は　こちらへ