

§ 1 振動電場の複素表示

光波の反射や透過による位相のずれを論じるとき、振動電場の複素表示を用いると便利である。複素表示に慣れていないひとのために、簡単にその説明をしておく。

一例として、図1のような経路を通して平面光波がO点からX点に伝播する場合を考える。角振動数を ω として、O点での実際の振動電場を

$$E_0(t) = A_0 \cos \omega t$$

とする。この電場成分は紙面に垂直なS偏光、あるいは紙面に平行かつ進行方向に垂直なP偏光のどちらでもよい。紙面に垂直な境界面上の点Rで光波が反射するとき、振動電場の振幅が $|r_0|$ 倍になり、位相が δ_r だけ変化するとし、透明な膜Tを透過するとき、振幅が $|t_0|$ 倍になり、位相が δ_t だけ変化するとしよう。 $x = \overline{OR} + \overline{RT} + \overline{TX}$ とし光速を c とすれば、X点での実際の振動電場は

$$E(x, t) = A_0 |r_0| |t_0| \cos \left\{ \omega \left(t - \frac{x}{c} \right) + \delta_r + \delta_t \right\}$$

となる。ここで振幅反射率 r_0 と振幅透過率 t_0 を

$$r_0 = |r_0| e^{i\delta_r}, \quad t_0 = |t_0| e^{i\delta_t}$$

で定義し、波数 $k = \omega/c$ を導入すれば、

$$E(x, t) = \text{Re} (A_0 r_0 t_0 e^{-ikx} e^{i\omega t})$$

となる。 $A_0 r_0 t_0 \exp(-ikx) \exp(i\omega t)$ が振動電場の複素表示であり、

$$A = A_0 r_0 t_0 e^{-ikx} \tag{1}$$

がX点での振動電場の複素振幅である。実際の振幅は $|A|$ である。

①からわかるように、任意点Xでの複素振幅Aを得るには、出発点での振幅 A_0 （一般的には複素振幅）に反射や透過に伴う振幅反射率 r_0 や振幅透過率 t_0 を掛け合わせ、さらに伝播経路を進行するときの位相の遅れ kx に伴う因子 e^{-ikx} を掛ければよい。2つ以上の経路を通してX点に達した光波の合成振動電場の複素振幅は、各経路を通してX点に達した振動電場の複素振幅を足し合わせるによって求めることができる。

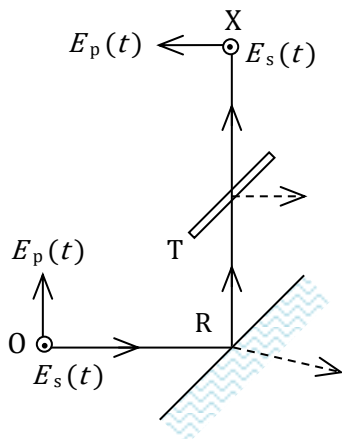


図 1

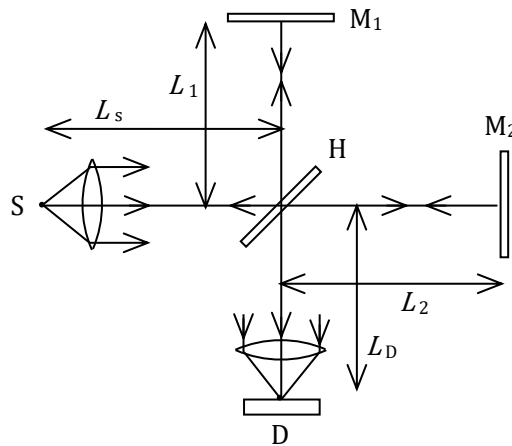


図 2

§ 2 対称な半透鏡

光を吸収しない半透鏡 H を用いた図 2 のようなマイケルソン干渉計を考える。H に入射した光のエネルギーの半分が反射され、残りの半分が透過すれば、H で反射あるいは透過した振動電場の振幅は入射した振動電場の振幅の $1/\sqrt{2}$ 倍になる。そのとき、反射と透過に伴う位相の変化をそれぞれ δ_r, δ_t とする。H が対称な半透鏡であれば、光波が図 2 の左上あるいは右下のいずれから H に入射しても、 δ_r と δ_t は同じである。さらに、全反射鏡 M_1, M_2 で反射するときの位相の変化を μ とし、H と M_1, M_2 、検出器 D、光源 S の間の光路長をそれぞれ L_1, L_2, L_D, L_S とする。光源 S から放射されるときの振動電場の複素振幅を A_0 、波数を k とすれば、検出器 D での複素振幅は、

$$\begin{aligned} A_D &= A_0 \cdot e^{-ikL_S} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\delta_r} \cdot e^{-ikL_1} \cdot e^{i\mu} \cdot e^{-ikL_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\delta_t} \cdot e^{-ikL_D} \\ &\quad + A_0 \cdot e^{-ikL_S} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\delta_t} \cdot e^{-ikL_2} \cdot e^{i\mu} \cdot e^{-ikL_2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\delta_r} \cdot e^{-ikL_D} \\ &= \frac{1}{2} A_0 \cdot e^{i\{-k(L_S+2L_1+L_D)+(\delta_r+\delta_t+\mu)\}} \{1 + e^{-2ik(L_2-L_1)}\} \end{aligned}$$

となる。同様に、光源 S に戻ってきた振動電場の複素振幅は、

$$\begin{aligned} A_S &= A_0 \cdot e^{-ikL_S} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\delta_r} \cdot e^{-ikL_1} \cdot e^{i\mu} \cdot e^{-ikL_1} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\delta_r} \cdot e^{-ikL_S} \\ &\quad + A_0 \cdot e^{-ikL_S} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\delta_t} \cdot e^{-ikL_2} \cdot e^{i\mu} \cdot e^{-ikL_2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\delta_t} \cdot e^{-ikL_S} \\ &= \frac{1}{2} A_0 \cdot e^{i\{-k(2L_S+2L_1)+2(\delta_r+\mu)\}} \{1 + e^{-2ik(L_2-L_1)-2i(\delta_r-\delta_t)}\} \end{aligned}$$

となる。ただし、レンズの影響は無視している。D に達した光と S に戻ってきた光の明るさは、そこでの複素振幅の絶対値の 2 乗、すなわち、

$$\begin{aligned} |A_D|^2 &= A_D \overline{A_D} = \frac{1}{2} |A_0|^2 \{1 + \cos 2k(L_2 - L_1)\} \\ |A_S|^2 &= A_S \overline{A_S} = \frac{1}{2} |A_0|^2 [1 + \cos\{2k(L_2 - L_1) + 2(\delta_r - \delta_t)\}] \end{aligned}$$

に比例する。ただし、 $\overline{}$ は複素共役を表す。これらの和は、

$$|A_D|^2 + |A_S|^2 = |A_0|^2 [1 + \cos\{2k(L_2 - L_1) + (\delta_r - \delta_t)\} \cos(\delta_r - \delta_t)]$$

となる。この光学系ではエネルギーの吸収や散逸がないので、

$$|A_D|^2 + |A_S|^2 = |A_0|^2 \quad \text{②}$$

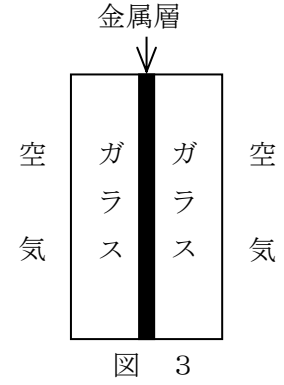
が成り立たなければならない。 L_1, L_2 に関係なく②が成り立つためには、 $\cos(\delta_r - \delta_t) = 0$ 、すなわち、

$$\delta_r - \delta_t = \pm \pi/2 \quad \text{③}$$

でなければならない。したがって、吸収のない対称な半透鏡に平面波が入射するとき、透過波に対する反射波の位相のずれは $\pm \pi/2$ となる。

§ 3 吸収のない金属箔

対称な半透鏡の一例として、図3のように、2枚の同じ厚さのガラス板で金属層を挟んだものが考えられる。しかし、このような半透鏡の振幅反射率 ρ と振幅透過率 τ を求めるのは困難であるから、非現実的ではあるが、一枚の非常に薄い金属箔を対称な半透鏡の具体例として取り上げることにする。すなわち、図3のガラスを空気で置き換えたものを考える。このときの振幅反射率 r_0 と振幅透過率 t_0 は、文献1の式(1)～(5)によって計算することができる。これらの式に $n_3 = n_1$, $k_{3x} = k_{1x}$ を代入すれば、S偏光の場合、



$$r_0 = \frac{(1-g^2)(k_{1x}^2 - k_{2x}^2)}{(k_{1x} + k_{2x})^2 - g^2(k_{1x} - k_{2x})^2} \quad (4)$$

$$t_0 = \frac{4gk_{1x}k_{2x}}{(k_{1x} + k_{2x})^2 - g^2(k_{1x} - k_{2x})^2} \quad (5)$$

となり、P偏光の場合

$$r_0 = \frac{(1-g^2)(n_2^4 k_{1x}^2 - n_1^4 k_{2x}^2)}{(n_2^2 k_{1x} + n_1^2 k_{2x})^2 - g^2(n_2^2 k_{1x} - n_1^2 k_{2x})^2} \quad (6)$$

$$t_0 = \frac{4gn_1^2 n_2^2 k_{1x} k_{2x}}{(n_2^2 k_{1x} + n_1^2 k_{2x})^2 - g^2(n_2^2 k_{1x} - n_1^2 k_{2x})^2} \quad (7)$$

となる。ここに、 n_1 , n_2 は空気と金属の屈折率であり、 k_{1x} , k_{2x} は空気中と金属中での波数ベクトルの金属箔に垂直な成分である。さらに、金属箔の厚さを d_2 、金属箔への入射角を θ_1 とすれば、

$$k_{1x} = k_1 \cos \theta_1 \quad (8)$$

$$k_{2x} = k_1 \sqrt{(n_2/n_1)^2 - \sin^2 \theta_1} \quad (9)$$

$$g = \exp(-i k_{2x} d_2) \quad (10)$$

と表される。ただし、 k_1 は空気中での波数 $2\pi/\lambda$ (λ は波長) である。金属箔でのエネルギー一反射率 R_0 とエネルギー透過率 T_0 、および反射と透過による位相の変化 δ_r, δ_t は、

$$R_0 = |r_0|^2 \quad (11)$$

$$T_0 = |t_0|^2 \quad (12)$$

$$\delta_r = \text{Arg}(r_0) \quad (13)$$

$$\delta_t = \text{Arg}(t_0) \quad (14)$$

から求めることができる。

金属箔でエネルギーの吸収がない場合、金属の複素屈折率は $n_2 = -in_i$ と表される(文献2)。また、マイケルソン干渉計の場合、 $\theta_1 = 45^\circ$ である。さらに、 $n_1 = 1$ として、これらを⑧～⑩に代入すれば、

$$k_{1x} = k_1/\sqrt{2} \quad (15)$$

$$k_{2x} = -k_1 \sqrt{n_1^2 + 0.5} \quad i \quad (16)$$

$$g = \exp\left(-\sqrt{n_1^2 + 0.5} \quad k_1 \quad d_2\right) \quad (17)$$

となる。透過波に対する反射波の位相のずれは、⑬と⑭より、

$$\delta_r - \delta_t = \text{Arg} \left(r_0/t_0 \right) \quad (18)$$

と表される。④～⑦と⑮、⑯をもちいて⑱を書き換えれば、

S 偏光の場合、

$$\delta_r - \delta_t = \text{Arg} \left(i \{1 - g^2\} \{n_1^2 + 1\} / \left\{ 2g \sqrt{2n_1^2 + 1} \right\} \right) \quad (19)$$

P 偏光の場合、

$$\delta_r - \delta_t = \text{Arg} \left(-i \{1 - g^2\} \{n_1^2 + 1\}^2 / \left\{ 4gn_1^2 \sqrt{2n_1^2 + 1} \right\} \right) \quad (20)$$

となる。⑰より、 $0 < g < 1$ であるから、

$$\delta_r - \delta_t = \begin{cases} + \frac{\pi}{2} : \text{S 偏光} \\ - \frac{\pi}{2} : \text{P 偏光} \end{cases} \quad (21)$$

となる。⑳は金属箔が文字通りの半透鏡 ($R_0 = T_0$) でない場合にも成り立つ。

もし、 $R_0 = T_0$ であれば、⑪と⑫に④、⑤または⑥、⑦を代入し、 $|r_0|^2 = |t_0|^2$ を g について解くことによって、 n_1 の関数としての g を得る。これを⑰に代入すれば、金属箔の厚さ d_2 を n_1 と λ の関数として、

$$d_2 = -\frac{\log g}{2\pi \sqrt{n_1^2 + 0.5}} \lambda$$

から求めることができる。

参考文献

- (1) 斉藤全弘：マッハ・ツェンダー干渉計での干渉条件 (2)
- (2) 斉藤全弘：マイケルソン干渉計での干渉条件 (1), (2)

「熱中物理」に掲載されている論文の要約

は [こちらへ](#)