誘電体の薄膜で作られた半透鏡と反射防止薄

斉藤 全弘

§1 半透鏡の必要条件と位相のずれ

通常，半透鏡はガラス板の片面に金属を薄く蒸着して作られるが，金属層の代りに誘電体の薄膜を張り付けたものでも半透鏡となりうるかどうかを考察する。

図1の I は空気，II は光を吸収しない厚さd の誘電体，III は透明なガラスである。それぞれの屈折率をn_1，n_2，n_3 とする。座標軸 (x, y, z) を図のように設定する。波長 λ の平面光波が $\boldsymbol{k_1}$方向に入射するとき，薄膜の表面で反射した光と薄膜内で多重反射して空気側へ出て来た光が重なって $\boldsymbol{k_1'}$ 方向へ伝わる合成反射波となる。同様に，薄膜を透過した光と薄膜内で多重反射してガラス側へ出て来た光が重なって $\boldsymbol{k_3}$方向へ伝わる合成透過波となる。薄膜内では $\boldsymbol{k_2}$ 方向と $\boldsymbol{k_2'}$ 方向に伝わる合成波が重なっている。このとき，薄膜による振幅反射率 r と振幅透過率 t は次式で与えられる（文献 1，2）。

S偏光の場合

$$r = \frac{\mathrm{g}^2(k_{2x}-k_{3x})(k_{1x}+k_{2x})+(k_{2x}+k_{3x})(k_{1x}-k_{2x})}{\mathrm{g}^2(k_{2x}-k_{3x})(k_{1x}-k_{2x})+(k_{2x}+k_{3x})(k_{1x}+k_{2x})} \quad ①$$

$$t = \frac{4\,g\,k_{1x}\,k_{2x}}{g^2(k_{2x}-k_{3x})(k_{1x}-k_{2x})+(k_{2x}+k_{3x})(k_{1x}+k_{2x})} \quad ②$$

P偏光の場合

$$r = \frac{g^2\left(n_3^2k_{2x}-n_2^2k_{3x}\right)\left(n_2^2k_{1x}+n_1^2k_{2x}\right)+\left(n_3^2k_{2x}+n_2^2k_{3x}\right)\left(n_2^2k_{1x}-n_1^2k_{2x}\right)}{g^2\left(n_3^2k_{2x}-n_2^2k_{3x}\right)\left(n_2^2k_{1x}-n_1^2k_{2x}\right)+\left(n_3^2k_{2x}+n_2^2k_{3x}\right)\left(n_2^2k_{1x}+n_1^2k_{2x}\right)} \quad ③$$

$$t = \frac{4\,g\,n_1\,n_2^2\,n_3\,k_{1x}\,k_{2x}}{g^2\left(n_3^2k_{2x}-n_2^2k_{3x}\right)\left(n_2^2k_{1x}-n_1^2k_{2x}\right)+\left(n_3^2k_{2x}+n_2^2k_{3x}\right)\left(n_2^2k_{1x}+n_1^2k_{2x}\right)} \quad ④$$

ただし，

$$g = \mathrm{e}^{-\mathrm{i}k_{2xd}} \quad ⑤$$

であり，波数ベクトル$\boldsymbol{k_1}$，$\boldsymbol{k_1'}$，$\boldsymbol{k_2}$，$\boldsymbol{k_2'}$，$\boldsymbol{k_3}$ のx成分 k_{1x}，k_{1x}'，k_{2x}，k_{2x}'，k_{3x} は，$k_1 = |\boldsymbol{k_1}| = 2\pi/\lambda$として，

$$k_{1x} = -\,k_{1x}' = k_1\,\cos\theta_1 \quad ⑥$$

$$k_{2x} = -\,k_{2x}' = k_1\sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2\theta_1} \quad ⑦$$

$$k_{3x} = k_1\sqrt{\left(\frac{n_3}{n_1}\right)^2 - \sin^2\theta_1} \quad ⑧$$

と表される。y 成分はすべて $k_{1y} = k_1\,\sin\theta_1$に等しい。また，波数と屈折率と図1に示した角度の間には，

$$\frac{k_1}{n_1} = \frac{k_2}{n_2} = \frac{k_3}{n_3} \;,\;(\,k_2 = |\,\boldsymbol{k}_2\,|\,,\;k_3 = |\,\boldsymbol{k}_3\,|\,) \quad ⑨$$

$$n_1\sin\theta_1 = n_2\sin\theta_2 = n_3\sin\theta_3 \quad ⑩$$

の関係がある。エネルギー反射率 R とエネルギー透過率 T は,

$$R = |\, r \,|^2 \tag{11}$$

$$T = |\, t \,|^2 \, \frac{k_{3x}}{k_{1x}} \tag{12}$$

から求まり，合成反射波と入射波の点 O での位相の差 δ_r および合成透過波の点O′での位相と入射波の点 O での位相の差 δ_t は,

$$\delta_r = \mathrm{Arg}\,(\, r \,) \tag{13}$$

$$\delta_t = \mathrm{Arg}\,(\, t \,) \tag{14}$$

から計算できる。

式⑫は$(n_1,\ k_{1x})$と(n_3, k_{3x})の交換に対して対称であるから，光を逆行させてもエネルギー透過率は変わらない。式⑭は，k_{1x}とk_{3x}が正の実数であれば，$(n_1,\ k_{1x})$と$(n_3,\ k_{3x})$の交換に対して対称であるから，光を逆行させても透過光の位相のずれは変わらない。

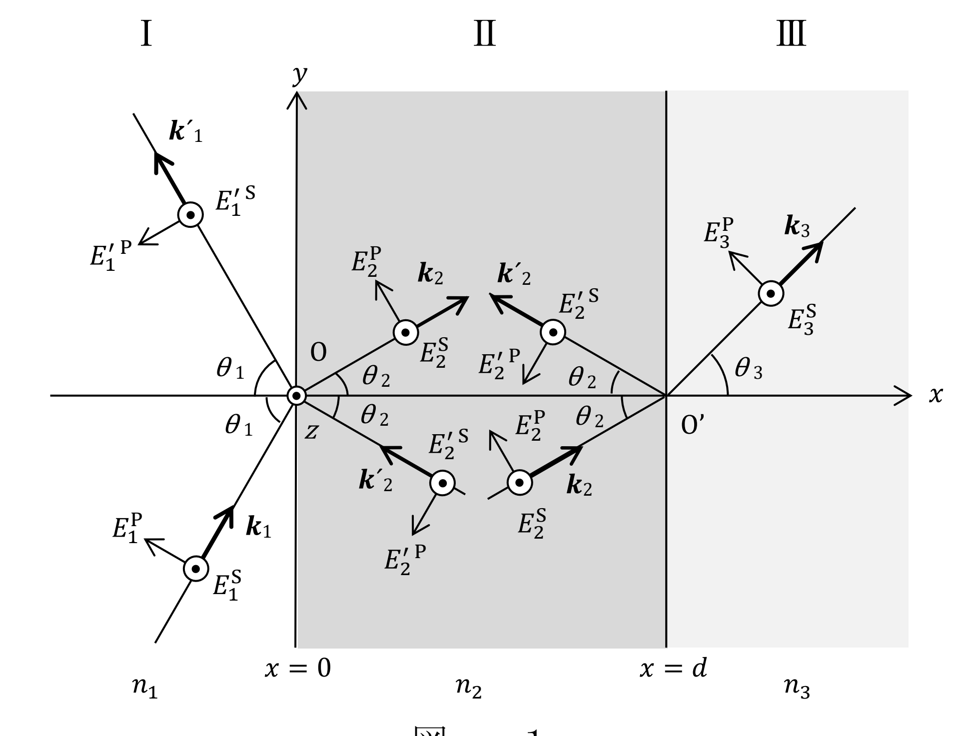

図　1

§2　具体例に対する数値計算

具体例として，

$$n_1 = 1\ ,\ n_2 = n > 1\ ,\ n_3 = 1.5\ ,\ \theta_1 = 45° \qquad ⑮$$

の場合を考えてみよう。このとき⑥，⑦，⑧より，

$$k_{1x} = k_1/\sqrt{2}\ ,\ k_{2x} = k_1\sqrt{n^2 - 0.5}\ ,\ k_{3x} = k_1\sqrt{1.5^2 - 0.5} \qquad ⑯$$

となる。これらを①と②または③と④に代入し，さらにそれらを⑪と⑫に代入して，R と T をn とg^2の関数として表す。その関数に半透鏡の条件式

$$R = 0.5\ \text{または}\ T = 0.5 \qquad ⑰$$

を適用すれば，$\mathrm{R_e}(g^2) = \cos(2k_{2x}d)$ が n の関数として表され，

S偏光の場合

$$\cos(2k_{2x}d) = \frac{n^4 + \left(1.25 - 6\sqrt{3.5}\right)n^2 + 3\sqrt{3.5}}{\left(n^2 - 1\right)\left(n^2 - 2.25\right)} \qquad ⑱$$

P偏光の場合

$$\cos(2k_{2x}d) = \left\{3.5\,n^8 + \left(17.125 - 54\sqrt{3.5}\right)n^6 + \left(11.6875 + 27\sqrt{3.5}\right)n^4 - 20.25\,n^2 + 5.0625\right\} \div \left\{(n^2 - 1)^2(n^2 - 2.25)(3.5\,n^2 - 2.25)\right\} \qquad ⑲$$

となる。式⑱と⑲より，$|\cos(2k_{2x}d)| \leqq 1$ を満たすn の領域を数値計算で求めれば，

$$\text{S偏光の場合}\ :\ n \geqq 2.43967\cdots \qquad ⑳$$

$$\text{P偏光の場合}\ :\ n \geqq 3.67426\cdots \qquad ㉑$$

となる。よって，これらを満たす屈折率 n の薄膜を屈折率 1.5 のガラス板に張り付ければ，半透鏡を作ることができる。その薄膜の厚さは次式を満たさなければならない。

$$d = \frac{\lambda}{4\pi\sqrt{n^2 - 0.5}} \times \begin{cases} \mathrm{Arccos}\,(\,f_\mathrm{S}\,(n)\,)\ :\ \text{S 偏光} \\ \mathrm{Arccos}\,(\,f_\mathrm{P}\,(n)\,)\ :\ \text{P 偏光} \end{cases} \qquad ㉒$$

ただし，$f_\mathrm{S}(n)\,, f_\mathrm{P}(n)$ は⑱，⑲の右辺の値である。逆三角関数が主値をとるとすれば，このd は最小の厚さとなる。

数値計算は次の手段で行った。まず⑳，㉑を満たすn を選び，$f_\mathrm{S}(n)\,, f_\mathrm{P}(n)$ の値を計算する。その値の逆三角関数値 $\mathrm{Arccos}\,(\,f_\mathrm{S}\,(n)\,)\,, \mathrm{Arccos}\,(\,f_\mathrm{P}\,(n)\,)$ から $k_{2x}d$ の値が求まる。それを⑤に代入すれば，g の複素数値を得る。これと⑯から計算したk_{1x}/k_1，k_{2x}/k_1，k_{3x}/k_1 の実数値を①と②または③と④に代入すれば，r と t の複素数値が確定する。その確定値を⑬と⑭に代入すれば，δ_r と δ_t が求まる。また，そのときのn の値を㉒ に代入すれば，薄膜の厚さと波長の比 d/λ の値を得る。

このようにして求めた数値をn の関数としてグラフで表せば，図2～図5となる。図2と図4にある $\delta_r{}'$ と $\delta_t{}'$ は，光が逆行する場合，すなわちガラス側から薄膜へ入射角

$$\theta_3 = \mathrm{Arcsin}\left(\frac{n_1}{n_3}\sin 45°\right) = 28.13° \qquad ㉓$$

で入射する場合の反射と透過による位相のずれである。

これらのグラフが示すように，薄膜の屈折率 n がある特定の値（⑳，㉑の右辺の値）をとるときに，

δ_rと$\delta_r{}'$が$-\pi$（S偏光）または0（P偏光），$\delta_t = \delta_t{}' = -\pi/2$となることがあるが，一般的には$n$を変えればそれに応じて位相のずれは変化する。

また，半透鏡となるときの薄膜の最小の厚さは，次の不等式を満たす。

$$\text{S偏光の場合} \quad : \quad \frac{d}{\lambda} \leqq 0.10706\cdots \qquad ㉔$$

$$\text{P偏光の場合} \quad : \quad \frac{d}{\lambda} \leqq 0.0693\cdots \qquad ㉕$$

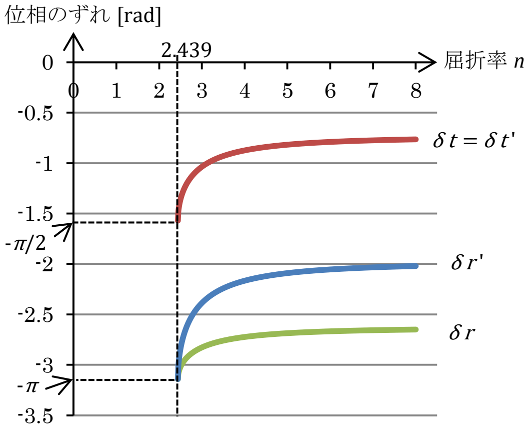

図2　半透鏡での位相のずれ（S偏光）

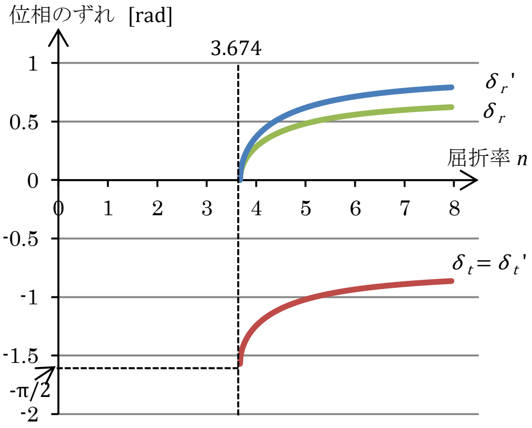

図4　半透鏡での位相のずれ（P偏光）

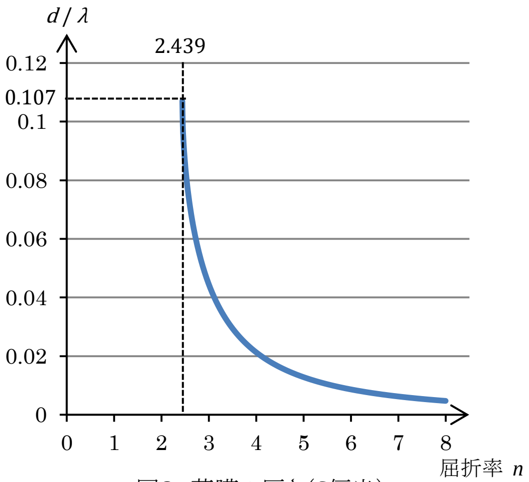

図3　薄膜の厚さ（S偏光）

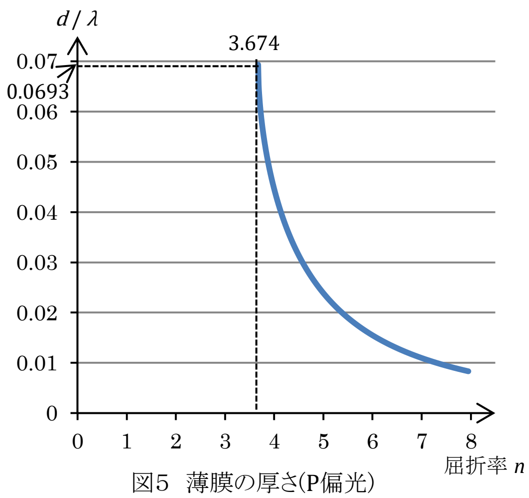

図5　薄膜の厚さ(P偏光)

§３ 反射防止膜の必要条件と位相のずれ

図1と同じ状況で，誘電体の薄膜が光を反射しない条件は，

$$R = 0 \iff r = 0 \qquad ㉖$$

である。以下においては，n_1, n_2, n_3 は 1 より大きくてお互いに異なる値をとるものとする。

(1) S 偏光の場合

反射防止膜となるための条件式は，㉖と①および⑤より，

$$0 = g^2(k_{2x} - k_{3x})(k_{1x} + k_{2x}) + (k_{2x} + k_{3x})(k_{1x} - k_{2x}) \qquad ㉗$$

$$g^2 = \cos(2k_{2x}d) - \mathrm{i}\,\sin(2k_{2x}d) \qquad ㉘$$

である。k_{1x}，k_{2x}，k_{3x} は正の実数で $k_{2x} \neq k_{3x}$ であるから，㉗の虚部に着目すれば，

$$\sin(2k_{2x}d) = 0 \iff \cos(2k_{2x}d) = \pm 1$$

でなければならないことがわかる。

(a) $\cos(2k_{2x}d) = +1$ の場合

式㉗の実部に着目すれば，

$$0 = +(k_{2x} - k_{3x})(k_{1x} + k_{2x}) + (k_{2x} + k_{3x})(k_{1x} - k_{2x})$$
$$= 2k_{2x}(k_{1x} - k_{3x})$$

となる。$k_{2x} \neq 0, k_{1x} \neq k_{3x}$ であるから，この式は成り立たない。よって，ここで想定した状況のもとでは，$\cos(2k_{2x}d) = +1$ となることはない。

(b) $\cos(2k_{2x}d) = -1$ の場合

式㉗の実部は，

$$0 = -(k_{2x} - k_{3x})(k_{1x} + k_{2x}) + (k_{2x} + k_{3x})(k_{1x} - k_{2x})$$
$$= 2(k_{1x}k_{3x} - k_{2x}^2)$$

となり，

$$k_{2x}^2 = k_{1x}k_{3x} \qquad ㉙$$

を得る。これに⑥，⑦，⑧を代入すれば，

$$k_1^2\left\{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2\theta_1\right\} = k_1^2\cos\theta_1\sqrt{\left(\frac{n_3}{n_1}\right)^2 - \sin^2\theta_1}$$

となり，

$$n_2 = \sqrt{(n_1\sin\theta_1)^2 + n_1\cos\theta_1\sqrt{n_3^2 - (n_1\sin\theta_1)^2}} \qquad ㉚$$

を得る。n_1, n_3, θ_1 の値が与えられているとき，㉚から計算される屈折率 n_2 の薄膜をガラス板に張り付ければ，S 偏光に対する反射防止膜を作ることができる。その厚さは，$m = 1, 2, 3\cdots$ として，$\cos(2k_{2x}d) = -1$ より，

$$2k_{2x}d = 2\,\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2\theta_1}\;d = (2m-1)\,\pi$$

を満たさなければならない。そのときの厚さをd_mとすれば，

$$d_m = \frac{2m-1}{\sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2\theta_1}} \; \frac{\lambda}{4} \qquad ㉛$$

となる。2つの具体例で数値計算をすれば，次のようになる。

(i)　$n_1 = 1$ ，$n_3 = 1.5$ ，$\theta_1 = 0$ の場合

$$n_2 = \sqrt{n_3} = 1.22474\cdots \qquad ㉜$$

$$d_1 = \frac{\lambda}{4n_2} = \lambda \times 0.20412\cdots$$

(i)　$n_1 = 1$ ，$n_3 = 1.5$ ，$\theta_1 = 45°$ の場合

$$n_2 = \sqrt{0.5 + \sqrt{0.5\,n_3^2 - 0.25}} = 1.19808\cdots$$

$$d_1 = \frac{\lambda}{4\sqrt{n_2^2 - 0.5}} = \lambda \times 0.26726\cdots$$

次に透過波の位相のずれを求める。 $g^2 = \cos(2k_{2x}d) = -1$ であるから，

$$g = \pm\mathrm{i} \qquad ㉝$$

となり，振幅透過率は，②より，

$$t = \frac{4\,(\pm\mathrm{i})\,k_{1x}\,k_{2x}}{-(k_{2x}-k_{3x})(k_{1x}-k_{2x})+(k_{2x}+k_{3x})(k_{1x}+k_{2x})}$$

$$= \pm\,\frac{k_{2x}}{k_{3x}}\;\mathrm{i} \qquad ㉞$$

となる。ただし，変形に際して㉙を用いた。よって，入射波に対する合成透過波の位相のずれは，

$$\delta_t = \mathrm{Arg}\,(\,t\,) = \pm\frac{\pi}{2} \qquad ㉟$$

となる。㉟の符号は，㉛の m が偶数のときに正，奇数のときに負となる。

(2)　P 偏光の場合

反射防止膜となるための条件式は，㉖と③および⑤より，

$$0 = g^2(n_3^2k_{2x} - n_2^2k_{3x})(n_2^2k_{1x} + n_1^2k_{2x}) + (n_3^2k_{2x} + n_2^2k_{3x})(n_2^2k_{1x} - n_1^2k_{2x}) \qquad ㊱$$

$$g^2 = \cos(2k_{2x}d) - \mathrm{i}\,\sin(2k_{2x}d)$$

となる。n_1，n_2，n_3，k_{1x}，k_{2x}，k_{3x} はすべて正の実数であるから，㊱の虚部に着目すれば，

$$n_3^2\,k_{2x} - n_2^2\,k_{3x} = 0 \;\; \text{または} \;\; \sin(2k_{2x}d) = 0$$

でなければならないことがわかる。

(a) $n_3^2k_{2x} - n_2^2k_{3x} = 0$ の場合

この条件式と⑦，⑧より，

$$\left(\frac{n_2}{n_3}\right)^2 = \frac{k_{2x}}{k_{3x}} = \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2\theta_1} \Bigg/ \sqrt{\left(\frac{n_3}{n_1}\right)^2 - \sin^2\theta_1}$$

さらに，両辺を 2 乗して変形し，$(n_2/n_1)^2$ に対する 2 次方程式を導くと，

$$\left\{\left(\frac{n_3}{n_1}\right)^2-\sin^2\theta_1\right\}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^4-\left(\frac{n_3}{n_1}\right)^4\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2+\left(\frac{n_3}{n_1}\right)^4\sin^2\theta_1=0$$

となる。これを解けば，

$$\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2-\left(\frac{n_3}{n_1}\right)^2 \quad \text{または} \quad \left(\frac{n_3}{n_1}\right)^2\sin^2\theta_1\Big/\left\{\left(\frac{n_3}{n_1}\right)^2-\sin^2\theta_1\right\}$$

を得る。$n_2=n_3$ は除外するので，

$$\frac{n_2}{n_1}=\frac{n_3\sin\theta_1}{\sqrt{n_3^2-(n_1\sin\theta_1)^2}} \tag{37}$$

となる。このとき㊱の実部に着目すれば，

$$0=n_2^2k_{1x}-n_1^2k_{2x}$$

となるので，上と同様にして，

$$\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2=\frac{k_{2x}}{k_{1x}}=\sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2-\sin^2\theta_1}\Big/\cos\theta_1$$

$$\to\cos^2\theta_1\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^4-\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2+\sin^2\theta_1=0$$

$$\to\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2=1 \quad \text{または} \quad \tan^2\theta_1$$

$n_2=n_1$ は除外するので，

$$\frac{n_2}{n_1}=\tan\theta_1 \tag{38}$$

式㊲と㊳より，

$$\frac{n_3\sin\theta_1}{\sqrt{n_3^2-(n_1\sin\theta_1)^2}}=\tan\theta_1$$

この式が成り立つのは，$\sin\theta_1=0$（すなわち$n_2=0$ ）のときか$n_3=n_1$ のときであるが，いずれの場合も除外するので，ここで想定した状況のもとでは，$n_3^2k_{2x}-n_2^2k_{3x}=0$ となることはない。

(b) $\sin(2k_{2x}d)=0$ で$\cos(2k_{2x}d)=-1$ の場合

この場合㊱は，

$$0=-(n_3^2k_{2x}-n_2^2k_{3x})(n_2^2k_{1x}+n_1^2k_{2x})+(n_3^2k_{2x}+n_2^2k_{3x})(n_2^2k_{1x}-n_1^2k_{2x})$$
$$=2(n_2^4k_{3x}k_{1x}-n_3^2n_1^2k_{2x}^2)$$

となる。この条件式に⑥，⑦，⑧を代入して，

$$n_2^4\sqrt{\left(\frac{n_3}{n_1}\right)^2-\sin^2\theta_1}\,\cos\theta_1=n_3^2n_1^2\left\{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2-\sin^2\theta_1\right\}$$

さらに，両辺を 2 乗して，$(n_2/n_1)^2$ に対する 4 次方程式を導くと，

$$\left\{\left(\frac{n_3}{n_1}\right)^2-\sin^2\theta_1\right\}\cos^2\theta_1\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^8-\left(\frac{n_3}{n_1}\right)^4\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^4+\left(\frac{n_3}{n_1}\right)^4\sin^2\theta_1\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2$$
$$-\left(\frac{n_3}{n_1}\right)^4\sin^4\theta_1=0 \tag{39}$$

となる。これを解析的に解くのは困難であるから，n_1，n_3，θ_1 に適当な数値を与えて，$n_2(>1)$の解を数値計算によって求めることにする。得られた解がその状況での P 偏光に対する反射防止膜

の屈折率となる。

まず，数値計算に頼らなくても解ける例として，$n_1 = 1\,, \theta_1 = 0$ の場合を考える。このとき㊴は，

$$n_3^2\, n_2^8 - n_3^4\, n_2^4 = n_3^2\, n_2^4 (n_2^4 - n_3^2) = 0$$

となり，

$$n_2 = \sqrt{n_3}$$

を得る。これはS偏光で$\theta_1 = 0$ の場合の解㉜と同じになっている。垂直入射の場合はP偏光とS偏光の区別がなくなるので，これは当然の結果である。

別の例として，$n_1 = 1$ ，$n_3 = 1.5$ ，$\theta_1 = 45°$ の場合を考える。このとき㊴は，

$$0.875\, n_2^8 - 5.0625\, n_2^4 + 5.0625\, n_2^2 - 1.265625 = 0$$

となる。この解を$n_2 > 1$ の範囲で捜せば，

$$n_2 = 1.30245\cdots$$

を得る。この屈折率の薄膜を屈折率1.5のガラス板に張り付ければ，入射角45°で入射するP偏光に対する反射防止膜となる。

反射防止膜の厚さd_m は，S 偏光の場合と同じ式㉛で与えられる。また，透過波の位相のずれ δ_t もS偏光の場合と同様の計算をすれば，次のようになる。

$$t = \frac{4\,(\pm \mathrm{i})\, n_1\, n_2^2\, n_3\, k_{1x}\, k_{2x}}{-(n_3^2 k_{2x} - n_2^2 k_{3x})(n_2^2 k_{1x} - n_1^2 k_{2x}) + (n_3^2 k_{2x} + n_2^2 k_{3x})(n_2^2 k_{1x} + n_1^2 k_{2x})}$$

$$= \pm\, \frac{n_1\ n_3\, k_{2x}}{n_2^2\, k_{3x}}\ \mathrm{i} \qquad ㊵$$

$$\therefore\ \delta_t = \pm \frac{\pi}{2} \qquad ㊶$$

符号もS偏光の場合と同じである。

(c) $\sin(2k_{2x}d) = 0$ で$\cos(2k_{2x}d) = +1$ の場合

この場合，㊱は，

$$0 = +(n_3^2 k_{2x} - n_2^2 k_{3x})(n_2^2 k_{1x} + n_1^2 k_{2x}) + (n_3^2 k_{2x} + n_2^2 k_{3x})^2 (n_2^2 k_{1x} - n_1^2 k_{2x})$$

$$= 2 n_2^2 k_{2x} (n_3^2 k_{1x} - n_1^2 k_{3x})$$

となり，

$$n_3^2 k_{1x} = n_1^2 k_{3x}$$

を得る。これに⑥，⑧を代入して，n_3^2 に対する2次方程式を導くと，

$$(\cos^2\theta_1)\, n_3^4 - n_1^2\, n_3^2 + n_1^4 \sin^2\theta_1 = 0$$

となる。これを解けば，

$$n_3^2 = n_1^2 \quad \text{または} \quad n_1^2 \tan^2\theta_1$$

を得る。$n_3 = n_1$ は除外するので，

$$n_3 = n_1 \tan\theta_1 \qquad ㊷$$

となる。これと⑩より，

$$n_1 \sin\theta_1 = n_3 \sin\theta_3 = n_1\, \frac{\sin\theta_1}{\cos\theta_1}\, \sin\theta_3$$

となるが，$\theta_1 \neq 0$ (すなわち$n_3 \neq 0$)であるから，

$$\cos\theta_1 = \sin\theta_3$$

$$\therefore \theta_1 + \theta_3 = \frac{\pi}{2} \qquad ㊸$$

でなければならない。㊷あるいは㊸が満たされている特殊な状況では，n_2 の値に拘らず，この薄膜は P 偏光に対する反射防止膜となりうる。その薄膜の厚さd_m は，$\cos(2k_{2x}d) = +1$ より，

$$2k_{2x}d_m = 2\,\frac{2\pi}{\lambda}\sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2\theta_1}\;\; d_m = 2m\,\pi \qquad (m = 1\,,2\,,3\cdots)$$

を満たさなければならない。よって，

$$d_m = \frac{m}{\sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2\theta_1}}\,\frac{\lambda}{2} \qquad ㊹$$

となる。一例として，$n_1 = 1$，$\theta_1 = 60°$，$\theta_2 = 45°$ の場合，

$$n_3 = \sqrt{3}\,, n_2 = \sqrt{\frac{3}{2}}\,, \theta_3 = 30°\,, d_1 = \frac{\lambda}{\sqrt{3}} \qquad ㊺$$

となる。このような反射防止膜は教科書などで見たことがないので，実験で検証するのも一興である。

最後に，$g^2 = \cos(2k_{2x}d) = \pm 1$ であるから，

$$g = \pm 1 \qquad ㊻$$

となり，振幅透過率は，

$$t = \frac{\pm 4\; n_1\, n_2^2\, n_3\, k_{1x}\, k_{2x}}{(n_3^2 k_{2x} - n_2^2 k_{3x})(n_2^2 k_{1x} - n_1^2 k_{2x}) + (n_3^2 k_{2x} + n_2^2 k_{3x})(n_2^2 k_{1x} + n_1^2 k_{2x})}$$

$$= \pm\sqrt{\frac{k_{1x}}{k_{3x}}}$$

$$= \pm\frac{1}{\tan\theta_1} \qquad ㊼$$

となる。よって，透過波の位相のずれは，㊹に現れる自然数 m を用いて，

$$\delta_t = \mathrm{Arg}\,(\,t\,) = \begin{cases} 0 & : \; m\text{が偶数のとき} \\ \pi & : \; m\text{が奇数のとき} \end{cases} \qquad ㊽$$

と表される。

文献

(1)斉藤全弘 ： マイケルソン干渉計における光波の干渉，駿台フォーラム第21号(2003)p.95.

(2)斉藤全弘 ： 半透鏡での反射による位相のずれは π ではない(2)，
パリティ Vol.28 No4 2013-04 p60.

「熱中物理」に掲載されている論文の要約 は こちらへ