

§1 境界条件

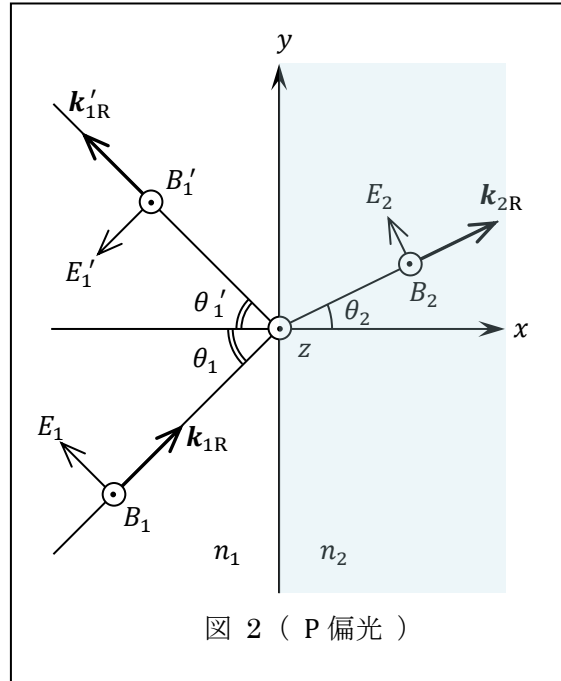
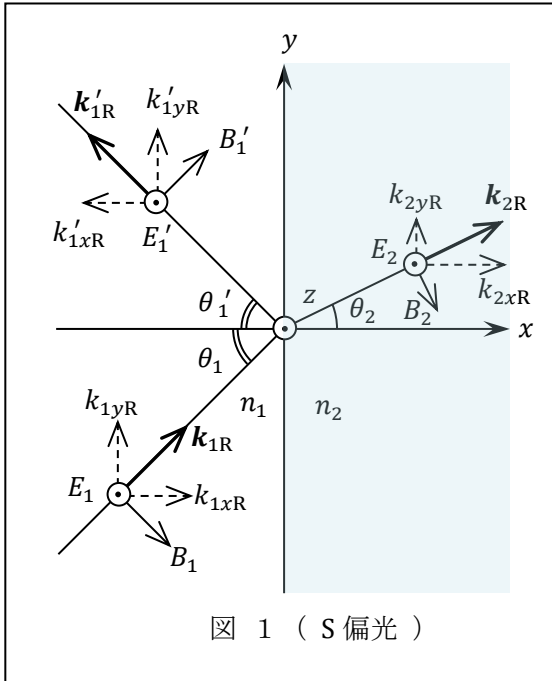
屈折率が  $n_1$  と  $n_2$  の一様で等方的な媒質の境界面に、入射角  $\theta_1$  で光の平面波が入射し、その一部が反射角  $\theta_1'$  で反射して、残りが屈折角  $\theta_2$  で屈折したとする。図1, 2のように座標軸  $(x, y, z)$  を設定する。時刻を  $t$ , 角振動数を  $\omega$  として、電場を複素表示で表せば、

$$\left. \begin{aligned} \text{入射波} : E_1(t, x, y) &= A_1 \exp(i[\omega t - k_{1x}x - k_{1y}y]) \\ \text{反射波} : E_1'(t, x, y) &= A_1' \exp(i[\omega t - k'_{1x}x - k'_{1y}y]) \\ \text{屈折波} : E_2(t, x, y) &= A_2 \exp(i[\omega t - k_{2x}x - k_{2y}y]) \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

となる。ただし、電場が  $z$  軸方向に振動する S 偏光の場合は、 $z$  軸の正の向きの電場を正とし、電場が  $xy$  平面内で振動する P 偏光の場合は、図2の矢印の向きの電場を正とする。一般的に、振幅  $A_1, A_1', A_2$  と波数ベクトル  $\mathbf{k}_1 = (k_{1x}, k_{1y})$ ,  $\mathbf{k}'_1 = (k'_{1x}, k'_{1y})$ ,  $\mathbf{k}_2 = (k_{2x}, k_{2y})$  の成分は複素数である。波数ベクトルが複素ベクトルのとき、その実部(添字 R で表す)が光波の伝播方向を表すので、

$$\tan \theta_1 = \frac{k_{1yR}}{k_{1xR}}, \quad \tan \theta_1' = -\frac{k'_{1yR}}{k'_{1xR}}, \quad \tan \theta_2 = \frac{k_{2yR}}{k_{2xR}} \quad (2)$$

の関係がある。虚部(添字 I で表す)は光の減衰(吸収)の度合を表す。



境界面  $x = 0$  は帯電しておらず、表面電流も流れていない状況を想定しているので、電場成分  $E_y, E_z$  と電束密度成分  $D_x = \epsilon E_x$  と磁束密度成分  $B_x, B_y, B_z$  のすべてが境界面の両側で等しくなければならない。ただし、 $\epsilon$  は媒質の誘電率で、真空の誘電率を  $\epsilon_0$ , 真空での光速を  $c$  とし、

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \left( \frac{c}{\omega} k \right)^2 = \varepsilon_0 \left( \frac{c}{\omega} \right)^2 \mathbf{k} \cdot \mathbf{k} \quad (3)$$

と表される。媒質の透磁率はすべて真空の透磁率に等しいとしている。磁束密度  $\mathbf{B}$  は、

$$-\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{E} \rightarrow \mathbf{B} = \frac{1}{\omega} \mathbf{k} \times \mathbf{E} \quad (4)$$

から求めることができる。

まず、S 偏光の場合を考察する。境界面  $x = 0$ での  $E_z$  の連続性より、

$$A_1 \exp(-i k_{1y} y) + A_1' \exp(-i k_{1y}' y) = A_2 \exp(-i k_{2y} y) \quad (5)$$

を得る。これが任意の  $y$  に対して成り立つことから、

$$k_{1y} = k_{1y}' = k_{2y} \quad (6)$$

$$A_1 + A_1' = A_2 \quad (7)$$

となる。これらは  $B_x$  の連続性からも導かれる。つぎに、 $B_y$  の連続性から、

$$k_{1x} A_1 + k_{1x}' A_1' = k_{2x} A_2 \quad (8)$$

を得る。一方、屈折率  $n$  の定義式

$$n^2 = \left( c \frac{k}{\omega} \right)^2 = \left( \frac{c}{\omega} \right)^2 (k_x^2 + k_y^2) \quad (9)$$

より、

$$\frac{k_1^2}{n_1^2} = \frac{k_1'^2}{n_1'^2} = \frac{k_2^2}{n_2^2} \quad (10)$$

が成り立つ。これと (6)を用い、反射波は  $x$ 軸に沿っては負の向きに伝わることに注意すれば、

$$k_{1x}' = -\sqrt{k_1'^2 - k_{1y}'^2} = -\sqrt{k_1^2 - k_{1y}^2} = -k_{1x} \quad (11)$$

$$k_{2x} = \sqrt{k_2^2 - k_{2y}^2} = k_1 \sqrt{\left( \frac{n_2}{n_1} \right)^2 - \left( \frac{k_{1y}}{k_1} \right)^2} \quad (12)$$

を得る。さらに、(7)と(8)を  $A_1'$ と  $A_2$  について解き、(11)を用いて、振幅反射率  $r = A_1'/A_1$ と振幅透過率  $t = A_2/A_1$ を求めれば、

$$r = \frac{k_{1x} - k_{2x}}{k_{1x} + k_{2x}} \quad (13)$$

$$t = \frac{2k_{1x}}{k_{1x} + k_{2x}} \quad (14)$$

となる。

つぎに、P 偏光の場合を考察する。(4)と

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D} &= \varepsilon_0 c^2 \nabla \times \mathbf{B} \rightarrow \mathbf{D} = -\frac{\varepsilon_0 c^2}{\omega} \mathbf{k} \times \mathbf{B} \\ &\rightarrow \mathbf{E} = -\frac{\omega}{k^2} \mathbf{k} \times \mathbf{B} \end{aligned} \quad (15)$$

に着目すれば、境界面  $x = 0$  における  $B_z$  または  $D_x$  の連続性より、

$$k_{1y} = k'_{1y} = k_{2y} \quad (16)$$

$$k_1 A_1 + k'_1 A'_1 = k_2 A_2 \quad (17)$$

が導かれ、 $E_y$  の連続性より、

$$\frac{k_{1x}}{k_1} A_1 + \frac{k'_{1x}}{k'_1} A'_1 = \frac{k_{2x}}{k_2} A_2 \quad (18)$$

が導かれる。P 偏光の場合も、(16) と (10) より (11), (12) を得る。また、(17) と (18) より、振幅反射率  $r = A'_1/A_1$  と振幅透過率  $t = A_2/A_1$  を求め、(10) と (11) を用いて変形すれば、

$$r = \frac{k_2^2 k_{1x} - k_1^2 k_{2x}}{k_2^2 k_{1x} + k_1^2 k_{2x}} = \frac{n_2^2 k_{1x} - n_1^2 k_{2x}}{n_2^2 k_{1x} + n_1^2 k_{2x}} \quad (19)$$

$$t = \frac{2 k_1 k_2 k_{1x}}{k_2^2 k_{1x} + k_1^2 k_{2x}} = \frac{2 n_1 n_2 k_{1x}}{n_2^2 k_{1x} + n_1^2 k_{2x}} \quad (20)$$

となる。

複素表示の場合、ポインティングベクトルの時間平均値  $\mathbf{P}$  は、

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &= \frac{1}{4\mu_0} (\bar{\mathbf{E}} \times \mathbf{B} + \mathbf{E} \times \bar{\mathbf{B}}) = \frac{\varepsilon_0 c^2}{4} \left( \bar{\mathbf{E}} \times \left( \frac{\mathbf{k}}{\omega} \times \mathbf{E} \right) + \mathbf{E} \times \left( \frac{\bar{\mathbf{k}}}{\omega} \times \bar{\mathbf{E}} \right) \right) \\ &= \frac{1}{2} \varepsilon_0 c^2 |\mathbf{E}|^2 \frac{\mathbf{k} + \bar{\mathbf{k}}}{2\omega} = \frac{1}{2} \varepsilon_0 c^2 |A|^2 \exp(2k_{x1}x + 2k_{y1}y) \frac{\mathbf{k}_R}{\omega} \end{aligned} \quad (21)$$

と表される。ただし、 $\bar{\phantom{x}}$  は複素共役を表す。よって、境界面  $x = 0$  でのエネルギー反射率  $R$  とエネルギー透過率  $T$  は、

$$R = \left[ \frac{|P'_{1x}|}{P_{1x}} \right]_{x=0} = \frac{|A'_1|^2 |k'_{1xR}|}{|A_1|^2 k_{1xR}} = |r|^2 \quad (22)$$

$$T = \left[ \frac{P_{2x}}{P_{1x}} \right]_{x=0} = \frac{|A_2|^2 k_{2xR}}{|A_1|^2 k_{1xR}} = |t|^2 \frac{k_{2xR}}{k_{1xR}} \quad (23)$$

となる。 $\mathbf{k}_1$  が実ベクトルであれば、S 偏光の場合、 $k_{2x}$  が複素数であっても、

$$R + T = 1 \quad (24)$$

が成り立つが、P 偏光の場合、(24) が成り立つのは、 $\mathbf{k}_2$  が実ベクトルのときと、 $k_{2xR} = 0$  のとき (境界面で全反射するとき) と、 $k_{2yR} = 0$  のとき (境界面を垂直に透過するとき) に限られる。

複素数  $r$  と  $t$  を極座標を用いて、

$$r = |r| \exp(i\delta_r) \quad (25)$$

$$t = |t| \exp(i\delta_t) \quad (26)$$

と表せば、偏角  $\delta_r$  と  $\delta_t$  はそれぞれ入射波に対する反射波と透過波の位相のずれを表し、

$$\delta_r = \text{Arg}(r) = \text{Arctan} \left( \frac{r_I}{r_R} \right) \quad (27)$$

$$\delta_t = \text{Arg}(t) = \text{Arctan} \left( \frac{t_I}{t_R} \right) \quad (28)$$

から求めることができる。

§2 吸収のない誘電体の場合

屈折率  $n_1$  と  $n_2$  が正の実数の場合を考える。このとき  $\mathbf{k}_1$  と  $\mathbf{k}'_1$  は実ベクトルであるから、

$$\mathbf{k}_1 = (k_{1x}, k_{1y}) = (k_1 \cos \theta_1, k_1 \sin \theta_1) \quad (29)$$

$$\mathbf{k}'_1 = (k'_{1x}, k'_{1y}) = (-k_1 \cos \theta'_1, k_1 \sin \theta'_1) \quad (30)$$

と表される。ただし、 $k_1 = k'_1 = n_1 \omega / c$  である。(29), (30) と (6) より、

$$\text{反射の法則} : \theta'_1 = \theta_1 \quad (31)$$

を得る。一方、 $\mathbf{k}_2$  は (6), (12), (29) より、

$$\mathbf{k}_2 = (k_{2x}, k_{2y}) = \left( k_1 \sqrt{\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2 - \sin^2 \theta_1}, k_1 \sin \theta_1 \right) \quad (32)$$

と表され、 $n_2$  と  $n_1 \sin \theta_1$  の大小関係によって、 $k_{2x}$  は実数か虚数のいずれかになる。

(1)  $n_2 > n_1 \sin \theta_1$  の場合

このとき、 $k_{2x}$  は実数となるので、(2) より透過波は、

$$\tan \theta_2 = \frac{k_{2y}}{k_{2x}} = \frac{n_1 \sin \theta_1}{\sqrt{n_2^2 - (n_1 \sin \theta_1)^2}} \quad (33)$$

を満たす方向に屈折する。(33) より、

$$\text{屈折の法則} : n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (34)$$

を得る。§1 の  $r, t, R, T$  を表す式に (29) と (32) を代入し、(34) を用いて変形すれば、次のフレネルの式を得る。

S 偏光の場合

$$\left. \begin{aligned} r &= \frac{\sin(\theta_2 - \theta_1)}{\sin(\theta_2 + \theta_1)} & t &= \frac{2 \sin \theta_2 \cos \theta_1}{\sin(\theta_2 + \theta_1)} \\ R &= \frac{\sin^2(\theta_2 - \theta_1)}{\sin^2(\theta_2 + \theta_1)} & T &= \frac{\sin 2\theta_2 \sin 2\theta_1}{\sin^2(\theta_2 + \theta_1)} \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

P 偏光の場合

$$\left. \begin{aligned} r &= -\frac{\tan(\theta_2 - \theta_1)}{\tan(\theta_2 + \theta_1)} & t &= \frac{2 \sin \theta_2 \cos \theta_1}{\sin(\theta_2 + \theta_1) \cos(\theta_2 - \theta_1)} \\ R &= \frac{\tan^2(\theta_2 - \theta_1)}{\tan^2(\theta_2 + \theta_1)} & T &= \frac{\sin 2\theta_2 \sin 2\theta_1}{\sin^2(\theta_2 + \theta_1) \cos^2(\theta_2 - \theta_1)} \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

当然ながら、いずれの場合でも  $R + T = 1$  が成り立つ。

入射波に対する透過波の位相のずれ  $\delta_t$  は、(29) より、両偏光とも  $n_1$  と  $n_2$  の大小関係や入射角に関係なく、

$$\delta_t = 0 \quad (37)$$

である。入射波に対する反射波の位相のずれ  $\delta_r$  は、 $n_1$  と  $n_2$  の大小関係および光の偏りと入射角に依存する。まず、 $n_1 \sin \theta_C = n_2 \sin \frac{\pi}{2}$  を満たす入射角  $\theta_C$  (臨界角) と、 $\theta_B + \theta_2 = \frac{\pi}{2}$  を満たす入射角  $\theta_B$  (ブルースター角) を導入する。

$$\theta_C = \text{Arcsin}\left(\frac{n_2}{n_1}\right), \quad \theta_B = \text{Arc tan}\left(\frac{n_2}{n_1}\right) \quad (38)$$

であるから、 $n_1 > n_2$  の場合、 $\theta_C > \theta_B$  である。これらに注意して⑳より  $\delta_r$  を求めれば、次のようになる。

S 偏光では、

$$\left. \begin{array}{l} n_1 < n_2 \text{ の場合, } 0 \leq \theta_1 < \frac{\pi}{2} \text{ のとき, } \delta_r = \pi \\ n_1 > n_2 \text{ の場合, } 0 \leq \theta_1 \leq \theta_C \text{ のとき, } \delta_r = 0 \end{array} \right\} \quad (39)$$

P 偏光では、

$$\left. \begin{array}{l} n_1 < n_2 \text{ の場合, } \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq \theta_1 < \theta_B \text{ のとき, } \delta_r = 0 \\ \theta_B < \theta_1 < \frac{\pi}{2} \text{ のとき, } \delta_r = -\pi \end{array} \right\} \\ n_1 > n_2 \text{ の場合, } \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq \theta_1 < \theta_B \text{ のとき, } \delta_r = -\pi \\ \theta_B < \theta_1 \leq \theta_C \text{ のとき, } \delta_r = 0 \end{array} \right\} \end{array} \right\} \quad (40)$$

④の右辺の  $-\pi$  は  $\pi$  としてもよいが、§4で論じる吸収がある場合の  $\delta_r$  のグラフ(図6)で、吸収が小さい極限がここでの  $\delta_r$  になるので、 $-\pi$  とした。 $\theta_1 > \theta_C$  の場合は、次の(2)で論じる。

P 偏光の位相のずれの値は反射波の電場の正の向きに依存するので、注意が必要である。また、フレネルの式③⑤と③⑥からわかるように、 $\theta_1$  と  $\theta_2$  の交換に対して  $r$  は反対称で、 $R$  と  $T$  は対称である。したがって、媒質2から媒質1へ入射角  $\theta_2$  で入射し、一部が反射角  $\theta_2$  で反射して残りが屈折角  $\theta_1$  で屈折するとき、反射による位相のずれは反転するが、エネルギーの反射率と透過率は変化しない。

(2)  $n_2 < n_1 \sin \theta_1$  の場合

この場合、 $k_{2x}$  は虚数となり、全反射が起こる。媒質2の中を伝播する光波(エバネッセント波)は、

$$E_2 = A_2 \exp\left(-k_1 \sqrt{\sin^2 \theta_1 - \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} x\right) \exp(i[\omega t - k_1 y \sin \theta_1]) \quad (41)$$

となる。すなわち、実際の振幅は  $x$  軸の正の向きに減衰しており(増大する解は不適當なので棄却する)、波面が  $y$  軸の正の向きに、

$$\text{位相速度} = \frac{\omega}{k_1 \sin \theta_1} = \frac{c}{n_1 \sin \theta_1} \quad (42)$$

で伝わる。全反射するときも §1で導出した式が成り立つので、②⑨、③②を③③、③④または③⑤、③⑥に代入して  $r$  と  $t$  を求め、さらに、②②、②③および②⑦、②⑧から  $R$  と  $T$  および  $\delta_r$  と  $\delta_t$  を計算すれば、次のようになる。

S 偏光の場合

$$r = \frac{(n_1^2 \cos^2 \theta_1 - n_1^2 \sin^2 \theta_1 + n_2^2) + i(2n_1 \cos \theta_1 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_1 - n_2^2})}{n_1^2 - n_2^2} \quad (43)$$

$$t = \frac{(2n_1^2 \cos^2 \theta_1) + i(2n_1 \cos \theta_1 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_1 - n_2^2})}{n_1^2 - n_2^2} \quad (44)$$

$$R = 1, \quad T = 0 \quad (45)$$

$$\delta_r = \text{Arctan} \left( \frac{2n_1 \cos \theta_1 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_1 - n_2^2}}{n_1^2 \cos^2 \theta_1 - n_1^2 \sin^2 \theta_1 + n_2^2} \right) \quad (46)$$

$$\delta_t = \text{Arctan} \left( \frac{\sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_1 - n_2^2}}{n_1 \cos \theta_1} \right) \quad (47)$$

P 偏光の場合

$$r = \frac{(n_2^4 \cos^2 \theta_1 - n_1^4 \sin^2 \theta_1 + n_1^2 n_2^2) + i \left( 2n_1 n_2^2 \cos \theta_1 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_1 - n_2^2} \right)}{n_2^4 \cos^2 \theta_1 + n_1^4 \sin^2 \theta_1 - n_1^2 n_2^2} \quad (48)$$

$$t = \frac{(2n_1 n_2^3 \cos^2 \theta_1) + i \left( 2n_1^2 n_2 \cos \theta_1 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_1 - n_2^2} \right)}{n_2^4 \cos^2 \theta_1 + n_1^4 \sin^2 \theta_1 - n_1^2 n_2^2} \quad (49)$$

$$R = 1, \quad T = 0 \quad (50)$$

$$\delta_r = \text{Arctan} \left( \frac{2n_1 n_2^2 \cos \theta_1 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_1 - n_2^2}}{n_2^4 \cos^2 \theta_1 - n_1^4 \sin^2 \theta_1 + n_1^2 n_2^2} \right) \quad (51)$$

$$\delta_t = \text{Arctan} \left( \frac{n_1 \sqrt{n_1^2 \sin^2 \theta_1 - n_2^2}}{n_2^2 \cos \theta_1} \right) \quad (52)$$

正接の倍角公式を用いれば、両偏光とも、 $\delta_r$  と  $\delta_t$  の間に、

$$\delta_r = 2\delta_t \quad (53)$$

の関係があることがわかる。

④⑥ と ⑤①が示すように、全反射するときの位相のずれ  $\delta_r$  は入射角  $\theta_1$  に依存する。特に、臨界角ぎりぎりに入射するとき、すなわち、

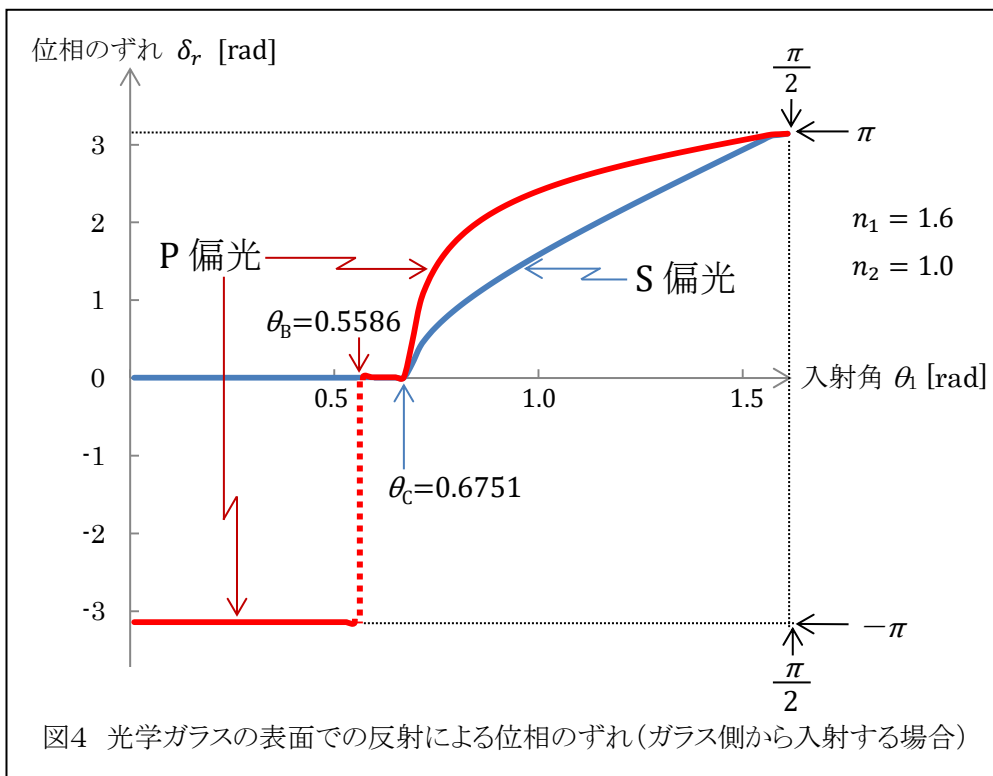
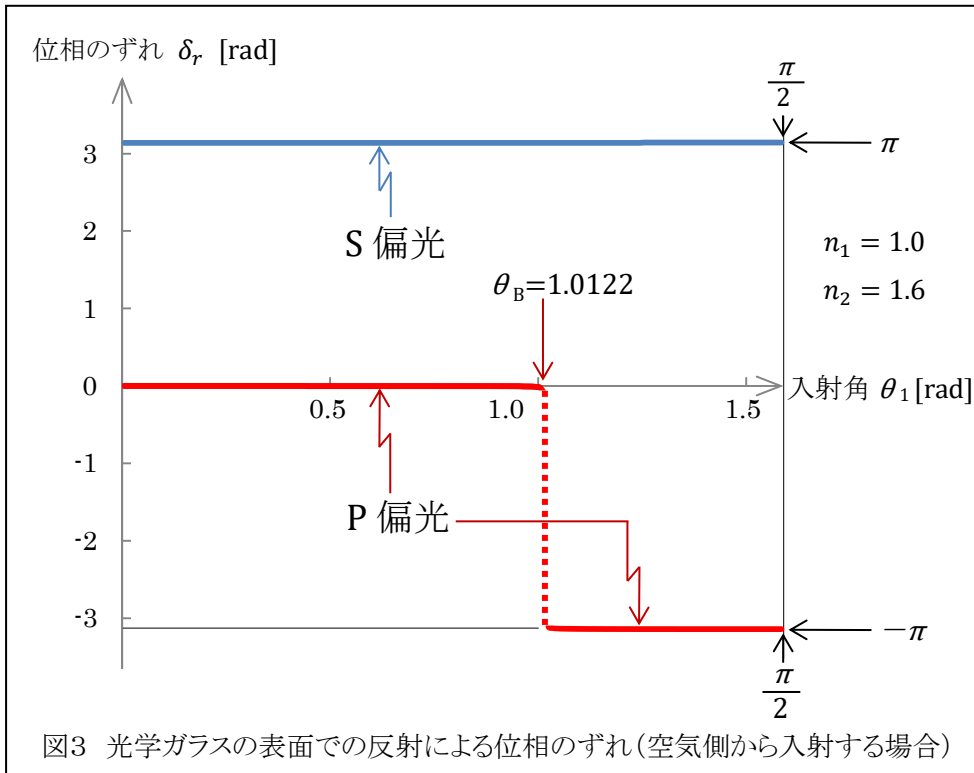
$$\theta_1 \rightarrow \theta_c = \text{Arcsin} \left( \frac{n_2}{n_1} \right) \text{ のとき、両偏光とも } \delta_r \rightarrow 0 \quad (54)$$

となり、光が境界面すれすれに入射するとき、すなわち、

$$\theta_1 \rightarrow \frac{\pi}{2} \text{ のとき、両偏光とも } \delta_r \rightarrow \pi \quad (55)$$

となる。

(3) 具体例として、 $n_1 = 1.0$ ,  $n_2 = 1.6$  の場合と、 $n_1 = 1.6$ ,  $n_2 = 1.0$  の場合について  $\delta_r$  を計算し、それらをグラフで表せば、図3と図4のようになる。これは空気と透明度の高い光学ガラスの境界面に可視光の平面波が入射する場合に相当する。



### § 3 金属の表面で全反射する場合

屈折率 $n_1$ が正の実数で、 $n_2$ が純虚数 $-in_i(n_i > 0)$ の場合を考える。これは吸収のない誘電体側から入射した光が金属の表面で全反射する場合に当たる。このとき $\mathbf{k}_1$ と $\mathbf{k}'_1$ は実ベクトルで、§ 2 の⑳、㉑と同じである。 $\mathbf{k}_2$ は複素ベクトルで、㉒と⑥より、

$$\begin{aligned}\mathbf{k}_2 = (k_{2x}, k_{2y}) &= \left( k_1 \sqrt{\left(\frac{-in_i}{n_1}\right)^2 - \left(\frac{k_{1y}}{k_1}\right)^2}, k_{1y} \right) \\ &= \left( -ik_1 \sqrt{\left(\frac{n_i}{n_1}\right)^2 + \sin^2\theta_1}, k_1 \sin\theta_1 \right)\end{aligned}\quad (56)$$

となる。このとき媒質2内の光波は、

$$E_2 = A_2 \exp\left(-\frac{k_1}{n_1} \sqrt{n_1^2 \sin^2\theta_1 + n_i^2} x\right) \exp(i[\omega t - k_1 y \sin\theta_1]) \quad (57)$$

と表され、§ 2 の全反射の場合と同様に、 $y$  軸の正の向きに伝わるエバネッセント波となる。この全反射での $r, t, R, T, \delta_r, \delta_t$ は次のようになる。

S 偏光の場合

$$r = \frac{(n_1^2 \cos^2\theta_1 - n_1^2 \sin^2\theta_1 - n_i^2) + i \left(2n_1 \cos\theta_1 \sqrt{n_1^2 \sin^2\theta_1 + n_i^2}\right)}{n_1^2 + n_i^2} \quad (58)$$

$$t = \frac{(2n_1^2 \cos^2\theta_1) + i \left(2n_1 \cos\theta_1 \sqrt{n_1^2 \sin^2\theta_1 + n_i^2}\right)}{n_1^2 + n_i^2} \quad (59)$$

$$R = 1, \quad T = 0 \quad (60)$$

$$\delta_r = \text{Arctan} \left( \frac{2n_1 \cos\theta_1 \sqrt{n_1^2 \sin^2\theta_1 + n_i^2}}{n_1^2 \cos^2\theta_1 - n_1^2 \sin^2\theta_1 - n_i^2} \right) \quad (61)$$

$$\delta_t = \text{Arctan} \left( \frac{\sqrt{n_1^2 \sin^2\theta_1 + n_i^2}}{n_1 \cos\theta_1} \right) \quad (62)$$

P 偏光の場合

$$r = \frac{(n_i^4 \cos^2\theta_1 - n_1^4 \sin^2\theta_1 - n_1^2 n_i^2) - i \left(2n_1 n_i^2 \cos\theta_1 \sqrt{n_1^2 \sin^2\theta_1 + n_i^2}\right)}{n_i^4 \cos^2\theta_1 + n_1^4 \sin^2\theta_1 + n_1^2 n_i^2} \quad (63)$$

$$t = \frac{\left(2n_1^2 n_i \cos\theta_1 \sqrt{n_1^2 \sin^2\theta_1 + n_i^2}\right) + i \left(2n_1 n_i^3 \cos^2\theta_1\right)}{n_i^4 \cos^2\theta_1 + n_1^4 \sin^2\theta_1 + n_1^2 n_i^2} \quad (64)$$

$$R = 1, \quad T = 0 \quad (65)$$

$$\delta_r = \text{Arctan} \left( \frac{-2n_1 n_i^2 \cos\theta_1 \sqrt{n_1^2 \sin^2\theta_1 + n_i^2}}{n_i^4 \cos^2\theta_1 - n_1^4 \sin^2\theta_1 - n_1^2 n_i^2} \right) \quad (66)$$

$$\delta_t = \text{Arctan} \left( \frac{n_i^2 \cos\theta_1}{n_1 \sqrt{n_1^2 \sin^2\theta_1 + n_i^2}} \right) \quad (67)$$



正接の倍角公式を用いれば、 $\delta_r$  と  $\delta_t$  の間に、

$$\text{S 偏光の場合} : \delta_r = 2\delta_t, \quad \text{P 偏光の場合} : \delta_r = 2\delta_t - \pi \quad (68)$$

の関係があることがわかる。

境界面に光が垂直に入射するとき、S 偏光と P 偏光の区別がなくなる。実際、(61)と(66)に $\theta_1 = 0$ を代入すれば、

$$\text{S 偏光の場合} : \delta_r = \text{Arctan}\left(\frac{2n_1n_i}{n_1^2-n_i^2}\right) \equiv \delta_{rS} \quad (69)$$

$$\text{P 偏光の場合} : \delta_r = \text{Arctan}\left(\frac{-2n_1n_i}{n_1^2-n_i^2}\right) \equiv \delta_{rP} \quad (70)$$

となり、 $\delta_{rP} = \delta_{rS} - \pi$  が成り立つ。P 偏光の電場の正の向きの約束から、この関係式は2つの偏光の電場が反射によって同じ変化を受けることを意味する。また、 $n_1n_i \neq 0$  であるから、 $\delta_{rS} = \pi$ 、 $\delta_{rP} = 0$  となることはない。マイケルソン干渉計などに用いられる全反射鏡で光が反射するとき、位相が  $\pi$  だけずれるという説明をよく見かけるが、これは一般的には成り立たない。

また、 $\theta_1 \rightarrow \frac{\pi}{2}$  の極限においては、

$$\text{S 偏光の場合} : \delta_r \rightarrow \pi, \quad \text{P 偏光の場合} : \delta_r \rightarrow -\pi \quad (71)$$

となる。したがって、ロイドの鏡のように、光が金属面すれすれに入射する場合は、両偏光とも電場が反転する。

最後に、具体例として、 $n_1 = 1.0$ 、 $n_2 = -5.5i$  のときの  $\delta_r$  と  $\delta_t$  を計算し、それらをグラフで表せば図5のようになる。これは空气中で反射率の高い金属の表面に赤色の平面波が入射する場合に相当する。

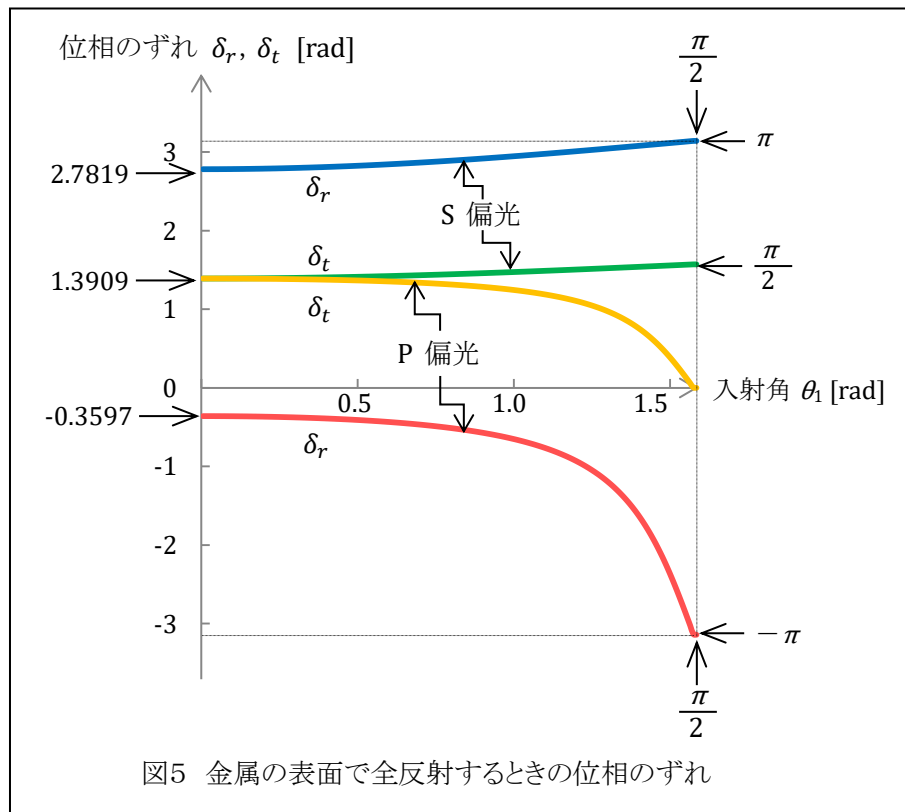


図5 金属の表面で全反射するときの位相のずれ

#### §4 位相のずれに対する吸収の影響

媒質2が光を吸収する誘電体か金属の場合、その屈折率は一般的に、

$$n_2 = n_R - i n_i \quad n_R > 0, n_i > 0 \quad (72)$$

と表される。媒質1の屈折率  $n_1$  が正の実数であれば、媒質1での波数ベクトル  $\mathbf{k}_1$ 、 $\mathbf{k}'_1$  は(29)、(30)となり、媒質2での波数ベクトルは、

$$\mathbf{k}_2 = (k_{2x}, k_{2y}) = \left( k_1 \sqrt{\left(\frac{n_R - i n_i}{n_1}\right)^2 - \sin^2 \theta_1}, k_1 \sin \theta_1 \right) \quad (73)$$

となる。これらを用いて、 $r$ 、 $t$ 、 $R$ 、 $T$ 、 $\delta_r$ 、 $\delta_t$  の値を数値計算で求める。

##### (1) 吸収のある光学ガラスの場合

空気側から光学ガラスの表面に波長  $\lambda$  の平面波が入射角  $\theta_1$  ( $0 \leq \theta_1 < \frac{\pi}{2}$ ) で入射する場合を考える。 $n_1 = 1.0$ 、 $n_R = 1.6$  とし、試みに消衰係数  $n_i$  が  $1.0$ 、 $0.1$ 、 $0.01$ 、 $0.001$  の場合について  $\delta_r$  と  $\delta_t$  を計算し、それらをグラフで表せば、図6と図7になる。通常の光学ガラスでは、 $n_i \ll 10^{-3}$  であるから、 $\delta_r$  のグラフは  $n_i = 0$  として計算した図3のグラフに極めて近いことが見てとれる。同様に、 $\delta_t$  は実質的に0と見なしてよいことがわかる。

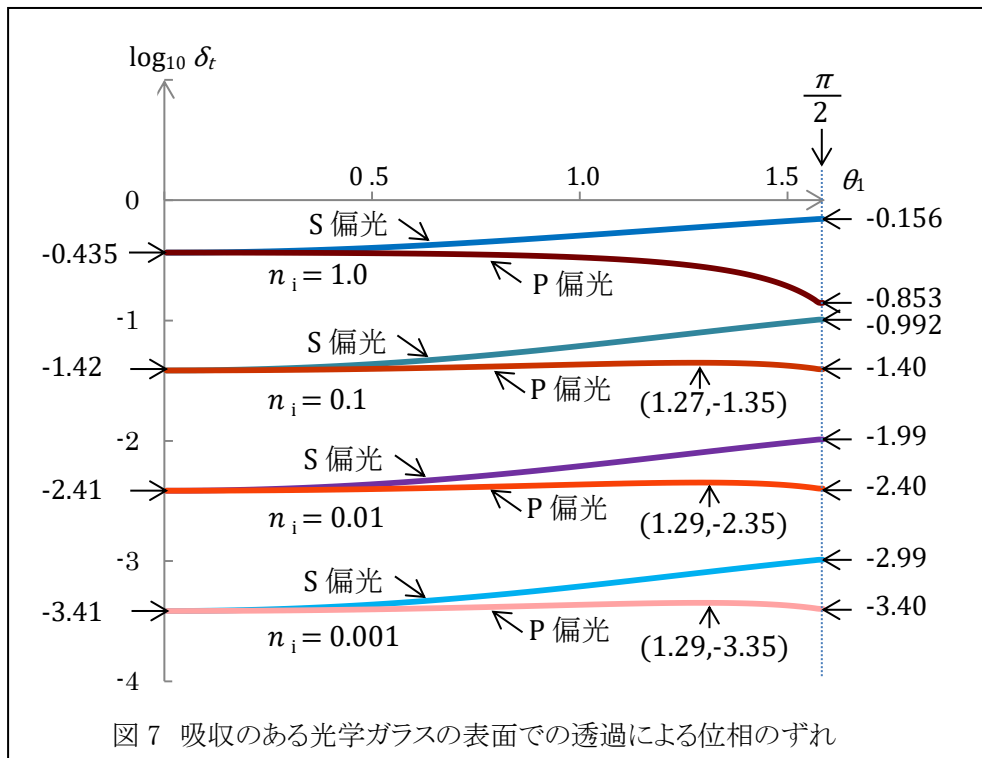
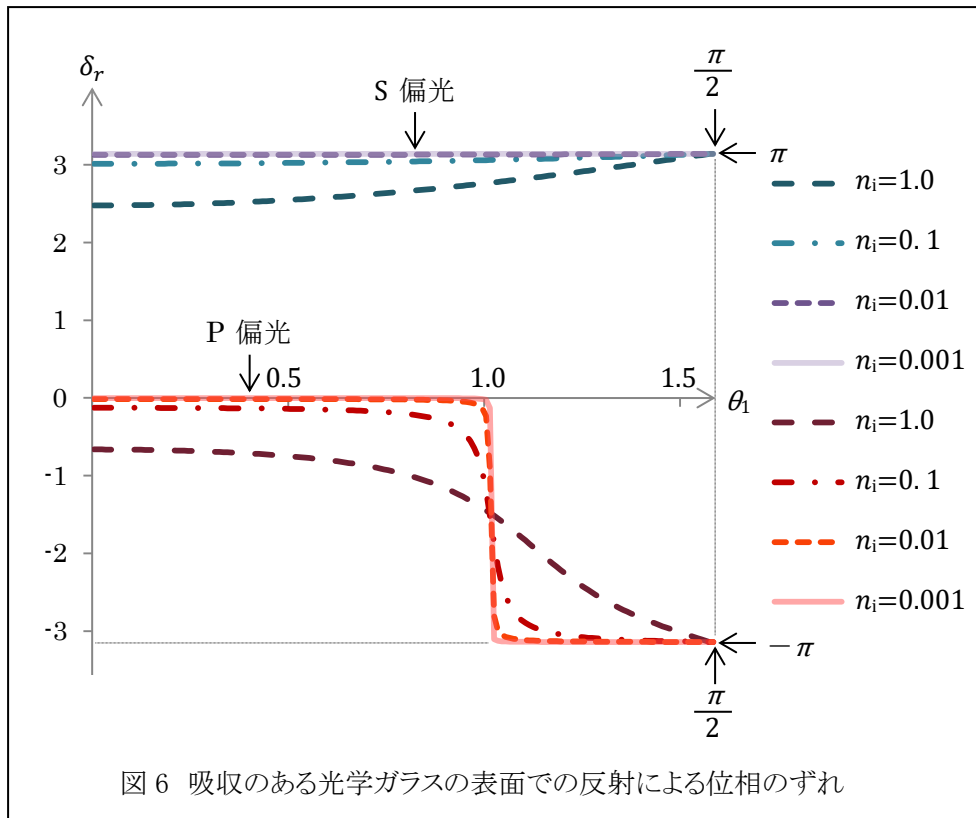
エネルギー反射率  $R$  とエネルギー透過率  $T$  は 図8と図9のようになる。§1で述べたように、S偏光の場合には  $R + T = 1$  が成り立っているが、P 偏光の場合には、 $\theta_1 = 0$  のときを除き、 $R + T$  は1未満で、入射角  $\theta_1$  に対するエネルギー吸収率  $K = 1 - (R + T)$  のグラフは図10のようになる。この吸収率はP偏光が境界面を透過するときに生じるもので、 $n_i$  が小さいときは無視できるほど小さい。なお、この吸収率はガラス中を光が伝播するときの吸収係数  $\alpha = \frac{4\pi}{\lambda} n_i$  とは無関係である。

##### (2) 全反射しない金属の場合

屈折率の実部  $n_R$  が0でない場合、金属の表面に入射した光は全反射をせず、光の一部は金属内へ透過し、そのあと金属に吸収されてしまう。一例として、銀の表面に赤い光が入射する場合 [ $n_2 = 0.031 - 5.5i$  : 文献(1)] の位相のずれ  $\delta_r$  と  $\delta_t$  を計算し、グラフで表せば、 $n_2 = -5.5i$  の場合の図5とほとんど同じで、図5の尺度ではその差は見分けられない。このことは  $n_R$  の値を0から1.0まで増加させても同じで、図5からのずれは小さいままである。上記の光学ガラスの場合と同様に、P偏光では表面を透過する際にエネルギーの吸収がある。入射角  $\theta_1$  に対する吸収率  $K$  のグラフは図10と同様の傾向を示し、その極大値は  $6.9 \times 10^{-4}$  である。

銀の表面に紫の光が入射する場合 [ $n_2 = 0.0079 - 2.6i$  : 文献(1)] の位相のずれ  $\delta_r$  と  $\delta_t$  を計算した結果も、定性的には赤い光の場合と同じである。

以上をまとめれば、消衰係数  $n_i$  が小さい透明な誘電体や、逆に  $n_i$  が大きくてよく光る金属では、表面での反射や透過による位相のずれは、光の吸収がない場合 ( $n_i = 0$  の誘電体、あるいは  $n_R = 0$  の金属) の値とほとんど同じである。



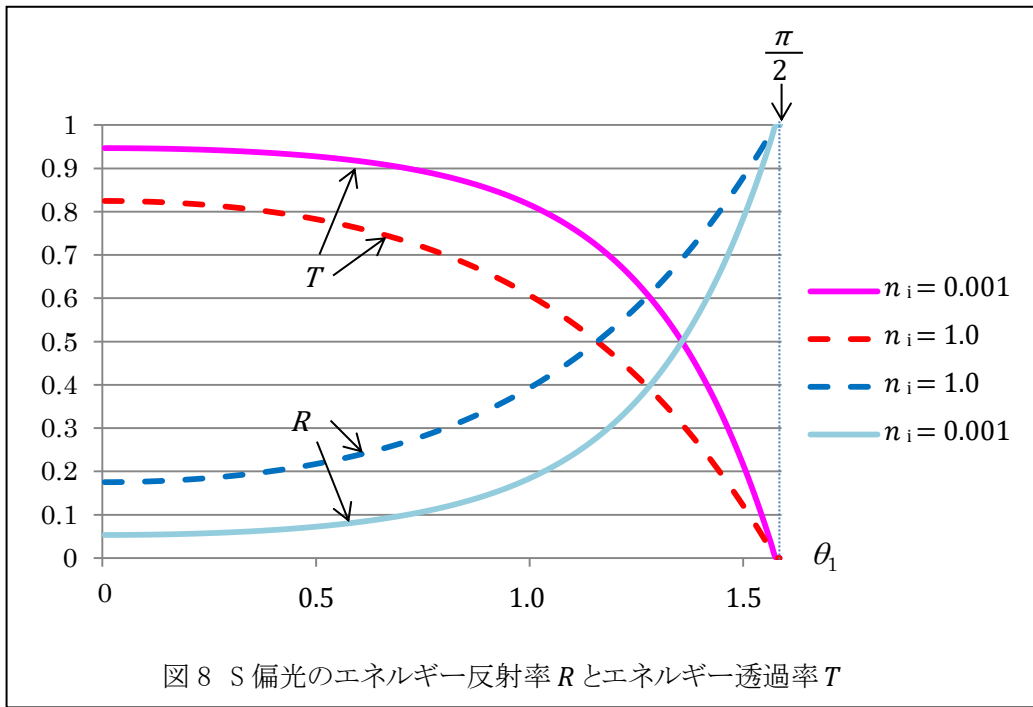


図 8 S 偏光のエネルギー反射率  $R$  とエネルギー透過率  $T$

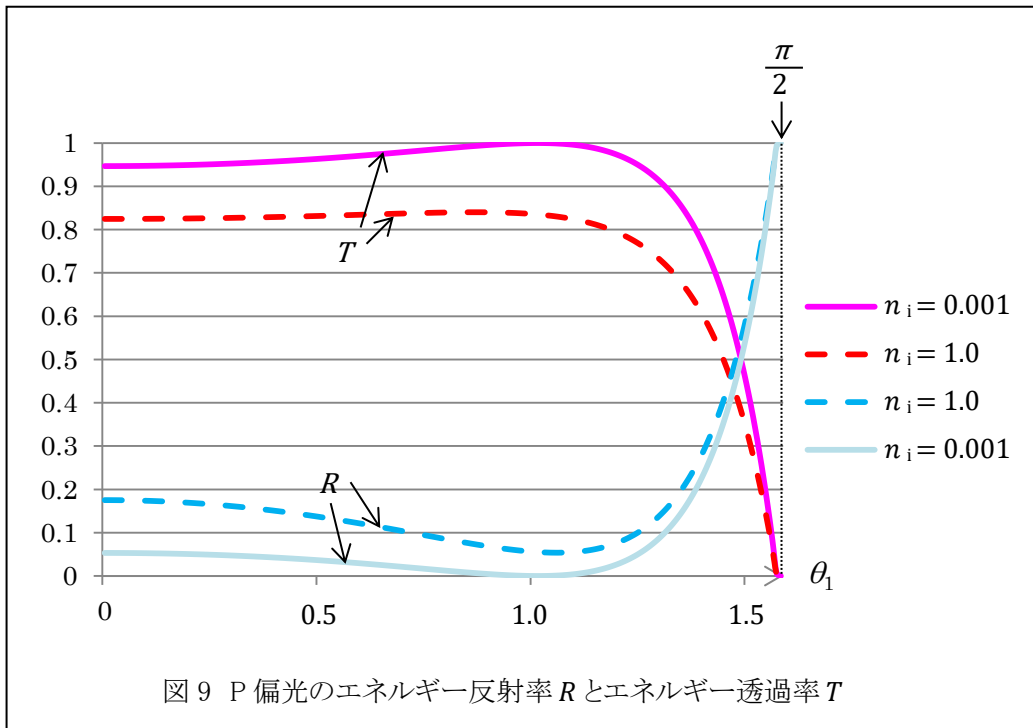


図 9 P 偏光のエネルギー反射率  $R$  とエネルギー透過率  $T$

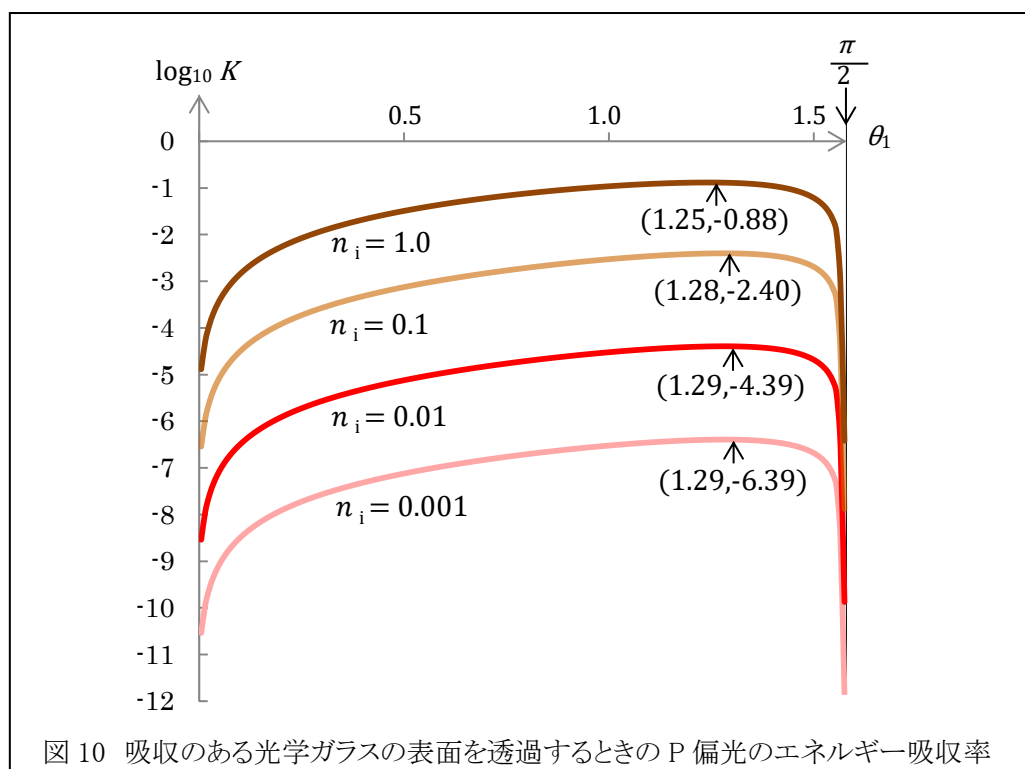


図 10 吸収のある光学ガラスの表面を透過するときの P 偏光のエネルギー吸収率

この解説記事は、文献(2)から抜粋した文章の一部を書き直し、新たに行った数値計算をつけ加えたものである。

#### 参考文献

- (1) 齊藤全弘 : マイケルソン干渉計での干渉条件(2)
- (2) 齊藤全弘 : マイケルソン干渉計における光波の干渉, 駿台フォーラム 第 21 号(2003) p.95

「熱中物理」に掲載されている論文の要約

は [こちらへ](#)