

## 重力場での光の赤方偏移・時間の遅延・光の湾曲

一般相対論を用いずに、表題の現象について解説する。

以下では、慣性系での光速を  $c$ ，万有引力定数を  $G$ ，太陽を含む星の質量と半径を  $M$ ， $R$  とする。

I 前半では、アインシュタインの 1911 年の論文 (文献 1) を、筆者の解釈に基づいて説明する。

(A) 等価原理 (この節の内容はアインシュタインの論文にはない。)

次のような二つの座標系を導入する。一つは、一様な重力場に静止している座標系  $K$  で、そこで重力加速度の大きさを  $g$  とする。もう一つは、重力場がない慣性系  $K_0$  において、一定の加速度  $g$  で加速運動する座標系  $K'$  である。すべての物理現象は、どちらの座標系で観測しても区別することができず、 $K$  と  $K'$  は同等である。この原理はアインシュタインによって提唱され、後に表現を変えて等価原理と呼ばれるようになった。

具体例として、図 1 のように、箱 B の天井から釣り下げられたばね秤で物体  $m$  の重さを測る場合を考える。

座標系  $K$  (図 1a) では、物体  $m$  の釣り合いの式は、物体  $m$  の重力質量を  $m_G$ ，ばねの弾性力を  $f_1$  として、

$$0 = f_1 - m_G g \quad (1)$$

と表される。重力は物体の重力質量に作用する。

次に、加速系  $K'$  (図 1b) では、物体  $m$  の釣り合いの式は、物体  $m$  の慣性質量を  $m_1$ ，ばねの弾性力を  $f_2$  として、

$$0 = f_2 - m_1 g \quad (2)$$

と表される。右辺の第 2 項は慣性力である。これは慣性系  $K_0$  (図 1c) から見たときの物体  $m$  の運動方程式：

$$m_1 \cdot g = f_2$$

から導かれる。運動方程式に現れる質量は慣性質量である。

等価原理によれば、式 (1) と式 (2) は同じでなければならないので、 $f_1 = f_2$  と、

$$m_G = m_1 \quad (3)$$

が成り立つ。式 (3) は後に表現を変えて、弱い等価原理と呼ばれるようになった。

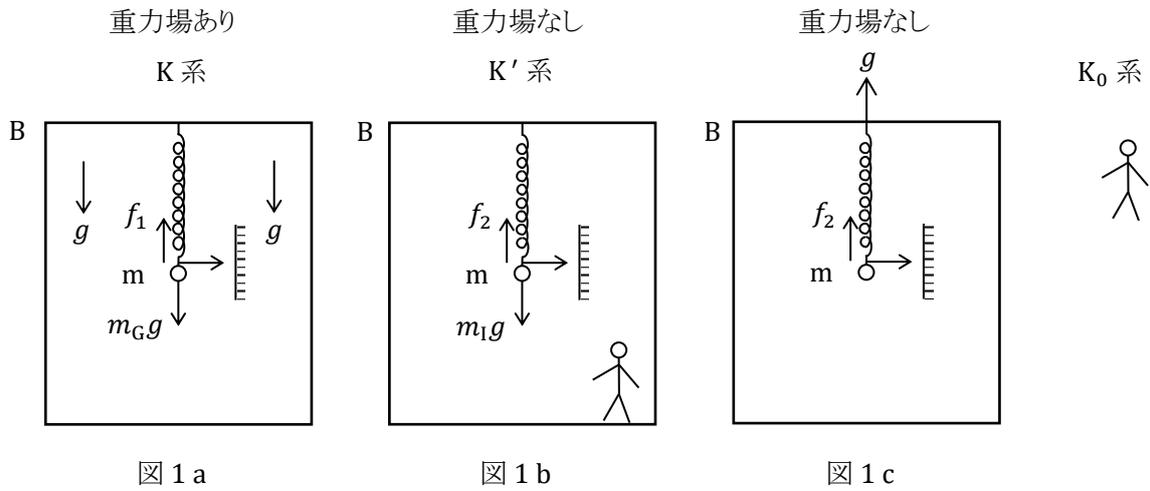
図 1c で、慣性系  $K_0$  から見たときに、物体  $m$  の速度が  $v$  であれば、特殊相対論より、物体  $m$  の慣性質量  $m_1$  は  $v$  に依存し、

$$m_1 = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \quad \beta = \frac{v}{c}$$

と表される。 $m_0$  は静止 (慣性) 質量である。このとき、弱い等価原理によって重力質量も変化する。ここでは  $\beta \ll 1$  とし、

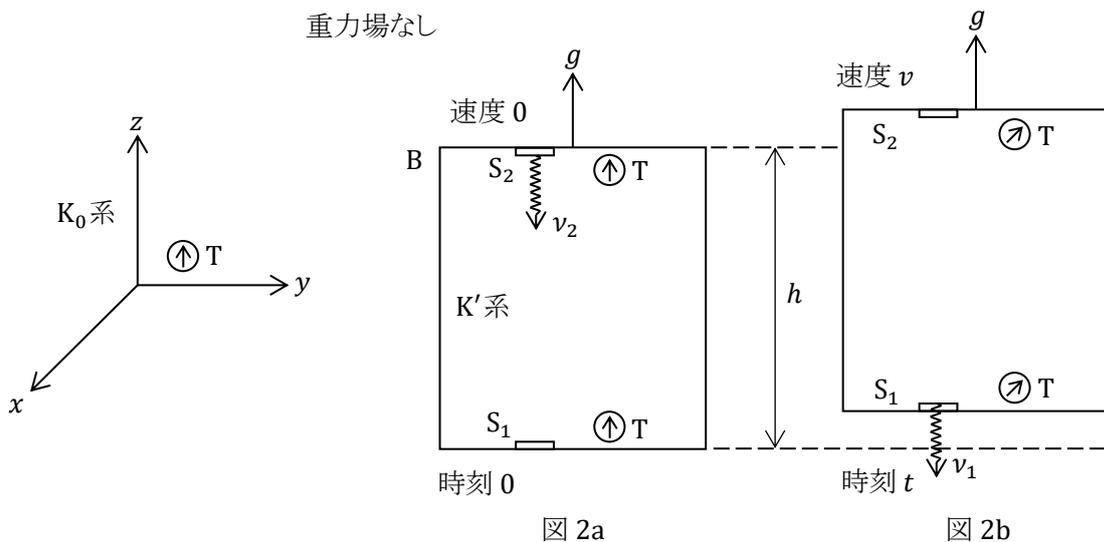
$$m_1 \doteq m_0 \left( 1 + \frac{1}{2} \beta^2 \right) \doteq m_0$$

とする。すなわち、 $\beta$  の 2 次以上の微小量を無視する。



**(B) 重力場での光の赤方偏移**

図 2 のように、箱 B の底面に受光器 S<sub>1</sub>、床面から高さ h の天井に発光器 S<sub>2</sub> が設置されており、いずれにも同じ構造の時計 T が取り付けられている。これら二つの時計と慣性系 K<sub>0</sub> に備えられた時計 T の構造は同じで、同じ場所で比較すれば、それらの進む速さは同じである。慣性系 K<sub>0</sub> に対する箱 B (加速系 K') の速さが v のとき、v/c の 2 次以上の微小量は無視できるとする。この場合には、K<sub>0</sub> 系から見たときの、h のローレンツ短縮や箱 B 内の時計 T の遅延は無視できる。すなわち、K<sub>0</sub> 系に付随する時計 T で測った 1 秒間は、K' に付随する時計 T で測った 1 秒間に等しい。また、ドップラー効果に対しても、相対論的な式を持ち出すまでもなく、古典的な式 (音波のドップラー効果の式) が使える。



K<sub>0</sub> 系に対して、箱 B は一定の加速度 g で運動しているが、時刻 0 のとき瞬間的に静止し、そのとき K<sub>0</sub> 系から見て、S<sub>2</sub> から S<sub>1</sub> に向かって発せられた光の振動数を ν<sub>2</sub> とする。そして時刻 t のとき、S<sub>1</sub> に達したその光の振動数が ν<sub>1</sub> であったとする。

時刻  $t$  での箱 B の速さを  $v$  とすれば,

$$v = gt, \quad h = ct + \frac{1}{2}gt^2 \quad (4)$$

が成り立つ。 $(v/c)^2 = 0$  としてよいので、これら 2 式より、

$$v \cong \frac{gh}{c}, \quad t \cong \frac{h}{c}$$

を得る。これを用いれば、 $v_1$  は次のように表される。

$$v_1 \cong v_2 \left( 1 + \frac{v}{c} \right) \cong v_2 \left( 1 + \frac{gh}{c^2} \right) \quad (5)$$

この式は、 $(v/c)^2 = 0$  と近似できるなら、 $K_0$  系と  $K'$  系のどちらで観測しても成り立つ。

ここで等価原理を適用する。図 3 のように、 $K$  系で図 2 と同じ装置を用いて  $v_1$  を測定すれば、式(5) が成り立つ。箱 B の底面を重力ポテンシャル  $W$  の基準面とすれば、天井での重力ポテンシャルは、 $W = gh$  であるから、式(5) は次のように書き換えられる。

$$v_1 = v_2 \left( 1 + \frac{W}{c^2} \right) \quad (6)$$

$K$  系で測定するときにはドップラー効果は生じていないのに、 $v_1$  は  $v_2$  に等しくないのである。

重力場あり

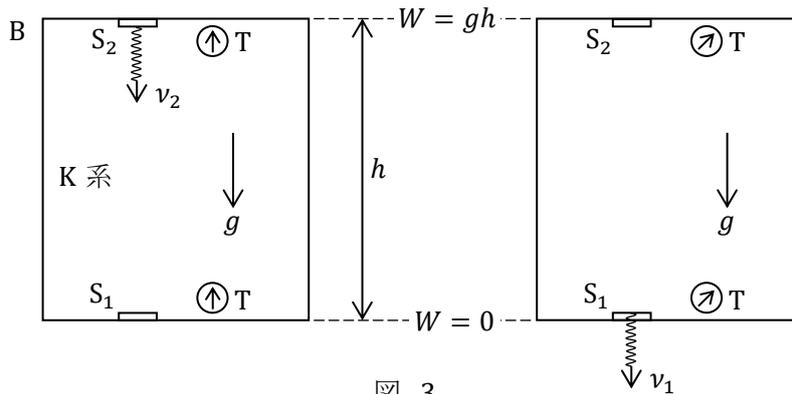


図 3

式 (6) の応用として、地球で観測する太陽光の赤方偏移 (波長の伸び) を考える。図 4 のように、太陽表面にある原子 a を発光器  $S_2$  とし、それに付随している時計 T で測った光の振動数  $\nu_0$  とする。付随している時計 T で測定するなら、原子 a が太陽表面にあろうが、地球上の実験室にあろうが、測定される振動数は  $\nu_0$  で変わらない。なぜなら、もし原子の振動が重力場のために変化するとすれば、時計の振動も同じように変化するからである。太陽表面にある原子 a が発した光を地球上にある受光器  $S_1$  で、原子 a に付随している時計 T と同じ構造の時計 T を用いて、その振動数  $\nu$  を測定すれば、式 (6) より、

$$\nu = \nu_0 \left( 1 + \frac{\Phi}{c^2} \right) \quad (7)$$

となる。ただし、 $\Phi$  は太陽による重力場の太陽表面における重力ポテンシャルで、太陽から十分遠く離れている地球における重力ポテンシャルを 0 とする。ここでは地球による重力場は考慮しない。

この場合には、 $\Phi < 0$  であるから、 $\nu < \nu_0$  となる。よって、原子 a が太陽表面で発した光を地球上

で観測すれば、その波長  $\lambda$  は実験室で測定した波長  $\lambda_0$  より長くなる。すなわち、少し赤くなる。これを重力による赤方偏移という。そのずれの相対値は、

$$\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\nu_0 - \nu}{\nu} \doteq \frac{-\Phi}{c^2} = \frac{GM}{c^2 R} \doteq 2 \times 10^{-5}$$

となる。

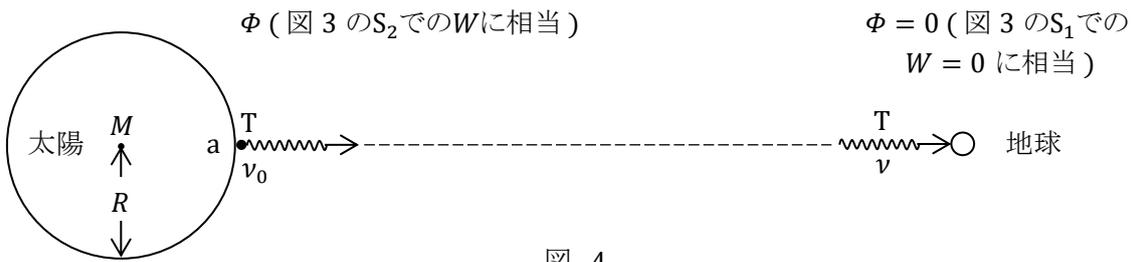


図 4

### (C) 重力場での時間の遅延

図 3 に示す K 系において、もし  $S_2$  と  $S_1$  に付随する同じ構造の時計 T が同じ速さで進むとすれば、次のような矛盾が生じる。

いま、定常的に発光器  $S_2$  から受光器  $S_1$  に向かって光波が伝播しているとする。光波の山から隣の山までを波 1 個とする。このとき、 $S_2$  に付随する時計で測った 1 秒間に、 $S_2$  から  $\nu_2$  個の波が出て行き、 $S_1$  に付随する時計 T で測った 1 秒間に、 $S_1$  では  $\nu_1$  個の波を受け取る。上記の仮定を認めれば、これら 2 つの 1 秒間は同じ時間間隔で、かつ式 (6) より  $\nu_1 > \nu_2$  である。よって、 $S_2$  と  $S_1$  の間にある波の個数が時間的に減少することになり、定常的という条件に反する。

この矛盾を解消するには、 $S_2$  と  $S_1$  で時間の進み方が異なり、 $S_2$  では  $S_1$  より時間が早く進むとすればよい。この場合には、 $S_2$  と  $S_1$  において同じ構造の時計 T で測った 1 秒間の長さが異なるので、 $\nu_2$  と  $\nu_1$  は振動数と呼べなくなる。

そこで、 $S_1$  での時間は上記の時計 T で測り、 $S_2$  での時間は別の時計 T' で測ることにする。ただし、同じ場所において T' と T で時間を測ったとき、T' で測った 1 秒が T で測った  $\left(1 + \frac{W}{c^2}\right)$  秒となるように調整しておく。そうすると、 $S_2$  において、T' で測った 1 秒間に出ていく波の数は、同じ  $S_2$  において、T で測った  $\left(1 + \frac{W}{c^2}\right)$  秒間に出ていく波の数、すなわち、 $\nu_2 \cdot \left(1 + \frac{W}{c^2}\right)$  となる。一方、 $S_1$  ( $W = 0$ ) において、T で測った 1 秒間に受け取る波の数  $\nu_1$  は、式 (6) より  $\nu_2 \left(1 + \frac{W}{c^2}\right)$  であるから、矛盾は生じない。重力ポテンシャル  $W$  が高いほど、時間は早く進むのである。

図 4 の場合には、 $W = \Phi < 0$  の太陽表面での時間の方が、 $W = \Phi \doteq 0$  の地球での時間よりゆっくり進むのである。

#### (D) 重力場での光速

加速系  $K'$  の各点で、同じ構造の時計  $T$  を用いて光速を測定すれば、どこでもまたどの方向でも同じ値になる。真空であれば、その値は  $c$  である。なぜなら、各瞬間から微小時間の間、加速系  $K'$  は慣性系  $K_0$  に対して等速度で移動するので、その間は慣性系と見なせるからである。

これに等価原理を適用すれば、重力場中の静止系  $K$  でも同じことが成り立ち、上記の時計  $T$  を用いて光速を測定すれば、どこでもまたどの方向でも同じ値を得る。

いま、星  $S$  が作る非一様な重力場の中の微小領域が、図 3 の箱の内部であるとしよう。この星から十分遠いところに静止している観測者  $O$  が、上記の時計  $T$  と同じ構造の時計を用いて、等ポテンシャル面に沿って伝播する光の速度を求めると次のようになる。

前節の (C) で述べたように、重力場では、重力ポテンシャルが低いところほど時間の進み方が遅くなる。観測者  $O$  が、手許の時計  $T$  で測って 1 秒経つ間に、図 3 の  $W = 0$  の位置で  $\tau$  秒 ( $\tau < 1$ ) 経つとする。ここでの局所的な光速は  $c$  であるから、この間に光は等ポテンシャル面  $W = 0$  に沿って距離  $c\tau$  だけ進む。これを  $c_0$  とする。

この間に、重力ポテンシャルが  $W$  の位置では、時計  $T$  で測れば、 $\tau \left(1 + \frac{W}{c^2}\right)$  秒だけ時間が経つので、この間に光は等ポテンシャル面  $W$  に沿って距離  $c\tau \left(1 + \frac{W}{c^2}\right)$  だけ進む。よって、観測者  $O$  から見れば、等ポテンシャル面に沿う方向の光速  $c(W)$  は、次のようになる。

$$c(W) = c_0 \left(1 + \frac{W}{c^2}\right) \quad (8)$$

#### (E) 重力場での光の湾曲

図 5 は、前節の (D) で論じた非一様な重力場の中の微小領域で、そこでの重力加速度は  $z$  軸の負の向きに大きさが  $g$  である。光波は  $x$  軸方向に伝わる。遠くの観測者  $O$  から見て、ある波面が  $x = 0$  を通過する時刻を  $t = 0$  とし、それから微小時間  $\Delta t$  だけ経ったときの波面をホイヘンスの原理から求める。紙面内にあつて、 $z$  軸上の 2 点  $z = z_i$  ( $i = 1, 2$ ) から広がった素元波の  $t = \Delta t$  における半径は  $c_i \Delta t$  である。ただし、 $c_i = c(W_i)$  で、 $W_i$  は、 $z = 0$  を基準面とする重力ポテンシャルの  $z = z_i$  における値である。すなわち、

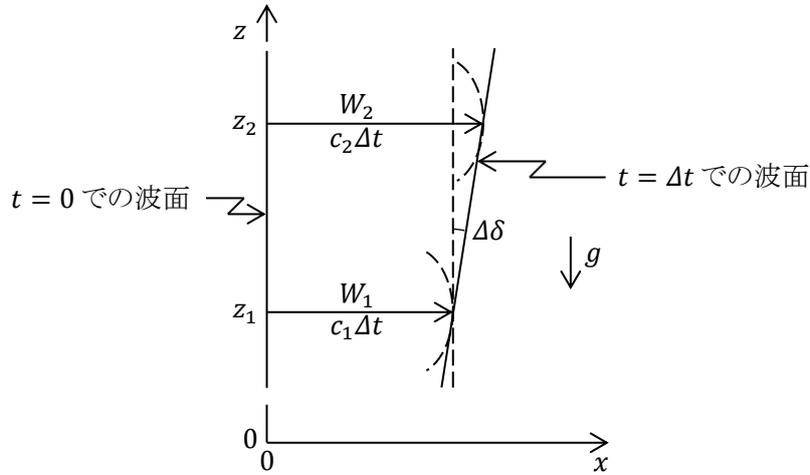
$$W_i = g z_i \quad (9)$$

である。 $t = \Delta t$  での波面は、図 5 に示されているように、これら 2 つの素元波に接する面であり、 $z$  軸に対して  $\Delta\delta$  だけ傾いている。光波が伝播する向きは波面に垂直な向きであるから、微小時間  $\Delta t$  の間に光波の伝播方向は  $\Delta\delta$  だけ変化する。図 5 と式 (8)、式 (9) より  $\Delta\delta$  を求めれば、

$$\begin{aligned} \Delta\delta \cong \tan \Delta\delta &= \frac{(c_2 - c_1) \Delta t}{z_2 - z_1} = \frac{\frac{c_0}{c^2} (W_2 - W_1) \Delta t}{z_2 - z_1} \\ &= \frac{c_0}{c^2} g \Delta t \end{aligned} \quad (10)$$

となる。

図 5



次に、図 6 のように、遠くの観測者 O から見て、光波が星 S の表面近傍を通り過ぎるときに光の経路の湾曲角  $\delta$  を、式 (10) を用いて求める。

湾曲角  $\delta$  は微小角であるから、第 0 近似では、図 6 の  $x$  軸に沿って光波が進むとしてよい。位置  $x$  に達した波面 A がさらに  $dx$  だけ進む間に、光波の進行方向が  $d\delta$  だけ変化したとする。 $x$  軸方向に進むときの光速を  $c$  とし、式 (10) の  $c_0$  を  $c$  で近似する。また、式 (10) の  $g$  を、図 6 の位置  $x$  での重力加速度  $\vec{g}$  の  $z$  成分  $g_z$  の大きさに置き換える。すなわち、

$$g \rightarrow |g_z| = \frac{GM}{r^2} \cos \theta$$

とする。さらに、式 (10) の  $\Delta t$  を  $\frac{dx}{c}$  に置き換えれば、星 S の近傍を通り過ぎた後の光の経路の湾曲角  $\delta$  は、次のようになる。

$$\delta = \int_{x=-\infty}^{x=\infty} \frac{1}{c} \frac{GM}{r^2} \cos \theta \frac{dx}{c}$$

さらに、図 6 より、

$$r = \frac{b}{\cos \theta}, \quad x = b \tan \theta, \quad dx = \frac{b}{\cos^2 \theta} d\theta$$

であるから、

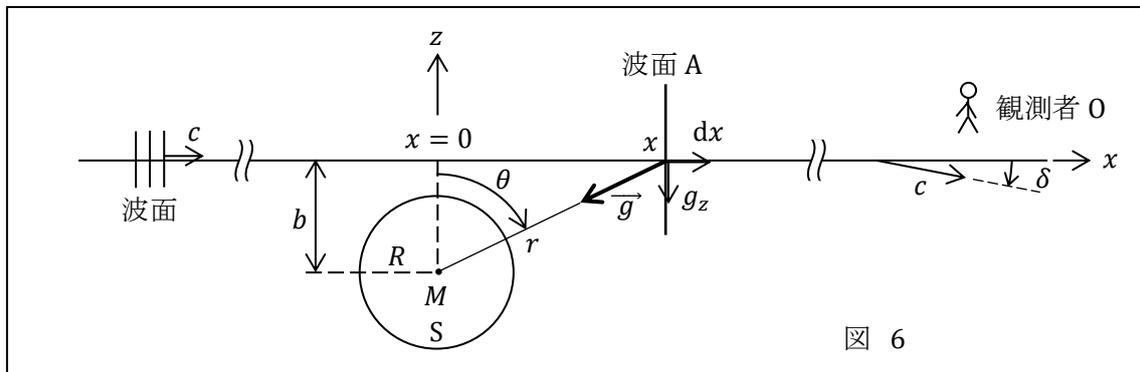


図 6

$$\delta = \frac{GM}{c^2 b} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \theta d\theta = \frac{2GM}{c^2 b}$$

となる。星 S の表面すれすれに光が通過するときには、 $b = R$  として、

$$\delta = \frac{2GM}{c^2 R} \quad (11)$$

を得る。

式 (11) は一般相対論から求まる値の丁度半分になっている。その理由は、ここでの計算ではローレンツ短縮が無視されているからである。アインシュタインは論文の中で何度も「第 1 近似では」という言葉を使っている。 $\beta = v/c$  の 2 次以上の微小量が無視しているので、最初から長さ  $\ell$  の測定棒のローレンツ短縮  $\ell\sqrt{1-\beta^2}$  を考えに入れていなかったのである。ローレンツ短縮を考慮して正しい  $\delta$  の値を導いたのは Schiff (1960 年) である。以下にそのシッフの論文の要約を記す。

## II 重力場での光の赤方偏移と湾曲

～等価原理と特殊相対論に基づくシッフの説明 (文献 2)～

図 7a のように、重力加速度の大きさが  $g$  の一様な (あるいはほぼ一様な) 重力場に、同じ構造の二つの時計 A, B が重力の作用方向に距離  $h$  だけ離して設置されている。

これら二つの時計の周期を比較するために、図 7b のような状況を考える。重力場がない慣性系において、二つの時計 A と B の間隔  $h$  を一定に保ったまま、B から A の向きにそれぞれを同じ加速度  $g$  で移動させる。アインシュタインが 1911 年に導入した等価原理によれば、時計 A と時計 B の周期のずれは図 7a と図 7b で同じである。そこで図 7b において、時計 A, B と同じ構造の時計 C を慣性系に固定して、その傍らを通り過ぎる時計 A, B の周期と時計 C の周期を比較する。この比較は A, B の加速運動の影響を受けないとする。その比較の結果を用いて、時計 A と時計 B の周期を比較する。時計 C の周期を  $T$  とする。

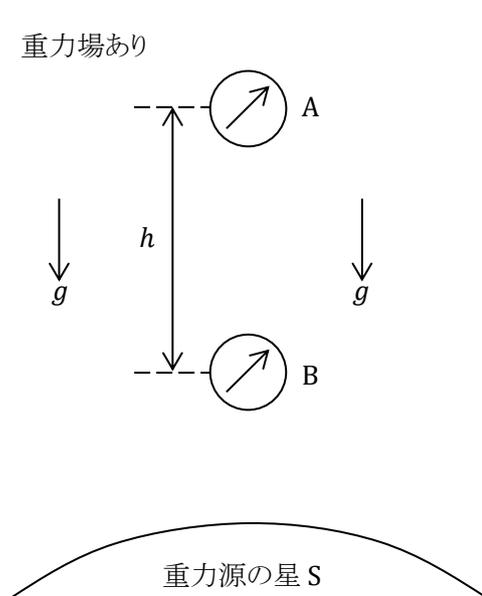


図 7a

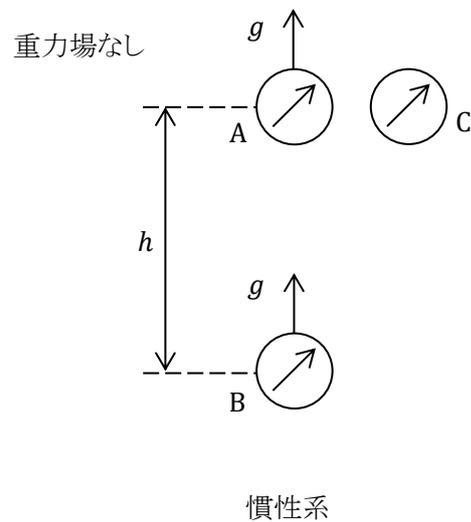


図 7b

まず、AがCの傍らを速度  $v_A$  で通り過ぎるとき、C上の観測者から見たAの周期  $T_A$  は、特殊相対論により、

$$T_A = \frac{T}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_A}{c}\right)^2}} \doteq T \left( 1 + \frac{v_A^2}{2c^2} \right) \quad (12)$$

となる。ただし、 $v_A/c \ll 1$  として近似式で表した。そのあと、BがCの傍らを速度  $v_B$  で通り過ぎるとき、C上の観測者から見たBの周期  $T_B$  は、同様にして、

$$T_B \doteq T \left( 1 + \frac{v_B^2}{2c^2} \right) \quad (13)$$

と表される。式(12)と式(13)より  $T$  を消去すれば、

$$T_B \doteq T_A \left( 1 + \frac{v_B^2 - v_A^2}{2c^2} \right) = T_A \left( 1 + \frac{gh}{c^2} \right) \quad (14)$$

を得る。ただし、AとBは等加速度  $g$  で移動するので、 $v_B^2 - v_A^2 = 2gh$  が成り立つことを用いた。

C上の観測者は、A上およびB上の観測者に対して、時計Bの周期は時計Aの周期より比率にして  $\frac{gh}{c^2}$  だけ長いことを伝えることができる。

次に、図7aの重力場に時計AとBがある場合を考える。等価原理により、この場合にも式(14)が成り立つ。図8のように、AB間の重力場が一樣でない場合には、AB間を、一樣な重力場と見なせる  $N$  個の微小区間に分割して、各微小区間(幅  $\Delta r$ ) に式(14)を適用することによって、 $T_A$  と  $T_B$  の関係を求める。

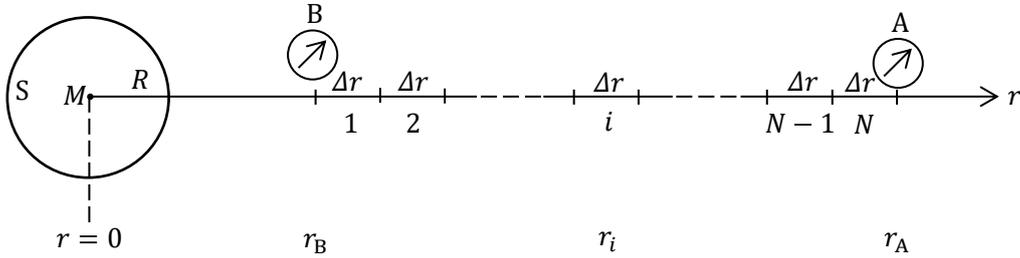


図 8

星Sの中心を原点とする座標軸  $r$  を導入し、Bから数えて  $i$  番目の微小区間の中心の座標を  $r_i$  とする。そこでの重力加速度の大きさは、 $g(r_i) = \frac{GM}{r_i^2}$  である。 $N$  番目の微小区間から1番目の微小区間まで、 $h = \Delta r$  として順次式(14)を適用すれば、

$$\begin{aligned} T_B &= T_A \left\{ 1 + \frac{g(r_N) \Delta r}{c^2} \right\} \left\{ 1 + \frac{g(r_{N-1}) \Delta r}{c^2} \right\} \cdots \left\{ 1 + \frac{g(r_1) \Delta r}{c^2} \right\} \\ &\doteq T_A \left\{ 1 + \frac{GM \Delta r}{c^2} \left( \frac{1}{r_N^2} + \frac{1}{r_{N-1}^2} + \cdots + \frac{1}{r_1^2} \right) \right\} \\ &\doteq T_A \left\{ 1 + \frac{GM}{c^2} \int_{r_B}^{r_A} \frac{1}{r^2} dr \right\} \\ &= T_A \left\{ 1 + \frac{GM}{c^2} \left( \frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right) \right\} \end{aligned} \quad (15)$$

となる。

この計算は、京都大学の 2012 年度入試問題に出題されている。その問題では、GPS 衛星と地上の間の時間のずれが論じられている。

時計 A, B の代わりに原子 a を考える。原子 a が星 S の表面 ( $r_B = R$ ) で発する光の振動数を  $\nu_B = \frac{1}{T_B}$  とし、遠方で静止している地球 ( $r_A \cong \infty$ ) で原子 a が発する光の振動数を  $\nu_A = \frac{1}{T_A}$  とすれば、 $\nu_B < \nu_A$  を満たす。いま、定常状態を考えると、星表面の原子 a から地球へ放射された光の AB 間での波の数は変化しない。よって、星 S の表面で原子 a が放射する単位時間あたりの波の数  $\nu_B$  は、地上で受け取るときの単位時間あたりの数に等しい。したがって、地球で観測する星 S からの光の波長は  $\lambda_B = c / \nu_B$  で、地球上の原子 a が放射する光の波長  $\lambda_A = c / \nu_A$  より長く (赤く) なる。星 S が太陽であるときの赤方偏移の比率については、I の (B) で計算したとおりである。

次に、図 7a と図 7b の時計 A, B, C を、同じように作られた測定棒 A, B, C に置き換えて、時計の場合と同様に、棒の長さを比較する。ただし、棒は重力の作用線と平行で、慣性系で静止している測定棒 C の長さを  $L$  とする。測定棒 A, B が静止している測定棒 C の傍を通り過ぎるときに、C 上の観測者から見た測定棒 A, B の長さを  $L_A, L_B$  とすると、特殊相対論により、

$$L_A = L \sqrt{1 - \left(\frac{v_A}{c}\right)^2} \cong L \left(1 - \frac{v_A^2}{2c^2}\right)$$

$$L_B \cong L \left(1 - \frac{v_B^2}{2c^2}\right)$$

となる。これらより  $L$  を消去すれば、

$$L_B \cong L_A \left(1 - \frac{v_B^2 - v_A^2}{2c^2}\right) = L_A \left(1 - \frac{gh}{c^2}\right)$$

となる。図 8 のような一様でない重力場の場合には、式 (15) の導出と同様の計算によって、

$$L_B \cong L_A \left\{1 - \frac{GM}{c^2} \left(\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A}\right)\right\}$$

を得る。

測定棒 A, B を重力の作用線に対して垂直となるようにして移動させれば、棒の長さ方向にはローレンツ短縮が生じないので、

$$L_B = L_A$$

となる。

図 9 は、星 S の中心を原点とする  $x-z$  面上において、 $x$  軸にほぼ並行で、星 S の表面すれすれに通過する光パルスが地球に達する経路を表している。図に示された位置に観測者 B が静止している。その位置での重力加速度の大きさを  $g$  とする。B から見て、その位置を通り過ぎる光パルスの速度を求める。そのために、同じ位置にいる観測者 B' と B'' を想定する。B' と B'' には星 S の重力は働かず、B' は慣性系の中を星 S の半径方向外向き ( $S \rightarrow B$  の向き) に加速度  $g$  で加速運動して



$$\begin{aligned}
dx' &= \sqrt{(dr')^2 + (rd\theta)^2} \doteq \left\{ (dr)^2 \left( 1 - \frac{2GM}{c^2 r} \right) + (rd\theta)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \\
&= dx \left\{ 1 - \frac{2GM}{c^2 r} \left( \frac{dr}{dx} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \doteq dx \left( 1 - \frac{GMx^2}{c^2 r^3} \right) \tag{18}
\end{aligned}$$

ただし、 $\frac{dr}{dx} = \frac{x}{r}$  を用いた。

よって、観測者 A が観測したときの光パルス速度  $c'$  は、式 (17) と式 (18) より、

$$\begin{aligned}
c' &= \frac{dx'}{dt'} = \frac{dx}{dt} \frac{1 - \frac{GMx^2}{c^2 r^3}}{1 + \frac{GM}{c^2 r}} \\
&\doteq c \left( 1 - \frac{GMx^2}{c^2 r^3} - \frac{GM}{c^2 r} \right)
\end{aligned}$$

となる。 $x = r \sin \theta$  であるから、光速  $c'$  は等方的ではない。

観測者 A から見たとき、光が  $x$  方向に  $dx$  だけ移動する間の光の湾曲角  $d\delta$  は、ホイヘンスの原理を用いて、

$$d\delta = \frac{\frac{\partial c'}{\partial z}}{c'} dx \doteq \frac{GM}{c^2} \left( \frac{3x^2 z}{r^5} + \frac{z}{r^3} \right) dx \tag{19}$$

と表される。( I の ( E ) を参照 )。そして、星 S の表面すれすれ ( $z = R$ ) に通過したあとの光の湾曲角  $\delta$  は

$$\delta = \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{1}{c'} \frac{\partial c'}{\partial z} \right)_{z=R} dx = \frac{4GM}{c^2 R} \tag{20}$$

となる。これは一般相対論を用いて得られる結果と一致する。

式 (19) の右辺第 1 項は長さのローレンツ短縮、第 2 項は時間のローレンツ遅延に起因し、 $\delta$  に対する寄与は等しい。アインシュタインの 1911 年の論文では、第 1 項を見落としていたのである。

### (余談)

現在では、重力理論としての一般相対論の正しさを疑う人は、余程のへそ曲がりの人を除けば、いないと言ってよいだろう。1960 年代中頃までの教科書には、一般相対論の実験・観測による検証として、次の三つが挙げられていた。

- ① 重力場での光の赤方偏移
- ② 重力場での光の湾曲
- ③ 水星の近日点移動

ここで述べたように、① と ② は一般相対論を持ち出さなくても導出できるので、これらは必ずしも一般相対論の検証とはならない。残るのは ③ である。文献 3 によれば、2023 年現在でも、特殊相対論に基づいて ③ を説明できるのかどうか、確かなことは言えないようである。

ところが、特殊相対論および弱い等価原理と重力の遅延ポテンシャルを仮定することによって、③の観測値を導出できることが、1995年に山本義隆によって証明されているのである(文献4)。残念ながら、公表された雑誌が物理の専門誌ではなかったため、世界的には知られていない。

#### 文献

- 1 A. Einstein : 光の伝播に対する重力の影響, 内山龍雄訳, 「アインシュタイン選集 2」  
21～32 頁, (株)共立出版
- 2 L. I. Schiff : On Experimental Tests of the General Theory of Relativity ,  
Am. J. Phys. 28, 340 (1960)
- 3 K. T. McDonald : Special Relativity and the Precession of the Perihelion
- 4 Yoshitaka Yamamoto : Retarded Gravitational Potential and the Shift in the Perihelion  
of Mercury, 駿台フォーラム, 第 13 号, 1, (1995)

[他の演習問題へ](#)